Viachodnotové logiky

Pravda je menom jednej pravdivostnej hodnoty.
Nie je cieľom, len prostriedkom jazyka
Nehovorí o vlastnostiach sveta, ale jazyka.
Ľubovoľná pravdepodobnostná hodnota je tiež menom jednej pravdivostnej hodnoty. Každá z týchto hodnôt má svoj logický kalkul. Boh nehrá kocky.

Podobným spôsobom ako v dvojhodnotovej logike môžeme postupovať aj vo viachodnotových logikách, ale tam vytvárame podstatne väčší počet druhov matíc a s väčšou rozmanitosťou ich vlastností.

Ak hodnoty na hlavnej osi ostanú nezmenené vzhľadom na základnú polohu, teda zachováme prirodzené usporiadanie hodnôt na diagonále, potom funktor, ktorý vznikne dodaním ľubovoľných hodnôt do ostatných polí matice a, ak takú maticu zvolíme za základnú matricu nejakého jednofunktorového kalkulu, **vytvorí kalkul bez možnosti definovať nejakú vybranú maticu, vytvoríme neutrálny kalkul.**

Mali by sme si uvedomiť ešte jeden závažný fakt, že totiž naše poznávanie sveta v jeho celistvosti a zložitosti, má charakter induktívnej logiky založenej na falzitívnej logike od počiatku vzniku poznávacieho procesu. Hodnota nášho poznávacieho potenciálu bola nulová a celé naše ďalšie poznávanie predstavuje proces rozširujúcej indukcie, lebo naše poznávanie sa postupne so zvyšujúcou pravdepodobnosťou od hodnoty nula vzďaľuje a približuje sa hodnote pravda s narastaním hodnoty pravdepodobnosti v kladnom zmysle. Falzitívne vyplývanie nie je teda nejakou chimérou, ale reálnym stavom na počiatku nášho poznávacieho procesu, ktorý sa prejavuje narastaním našich poznatkov, ktoré sú stále pravdepodobnostné, ale svojím rastom sa neustále zdokonaľujú a zvyšujú svoj stupeň pravdepodobnosti. Tento postup je vo výskumoch fyziky vlastne opačným postupom ako vývoj sveta, lebo svet sa vyvíja k stále zložitejším formám, ale naše poznanie sa chce dostať k princípom, teda je hľadaním jednoduchších, až principiálnych štruktúr a stabilných princípov. **Preto sa bežne stáva, že predchádzajúce zákony sa stávajú obmedzenými alebo** obmedzene **platnými, ba i neplatnými a nové sú len vyšším stupňom potvrdenia pravdepodobnosti poznania zákonitostí prírody, ktoré môžeme lepšie využívať v praktickej činnosti a neskôr ich nahradiť zákonmi s vyššou pravdepodobnosťou. A na to sa** podľa nás **hodia viachodnotové logiky.**

Celý proces nášho poznávania vzniku a rozvoja vesmíru má však opačný priebeh ako jeho vývoj. Čím viac sa blížime k pochopeniu podstaty vesmíru, tým hlbšie sa dostávame do jeho minulosti. Ak platí teória veľkého tresku a fyzici nás presviedčajú, že je tomu tak, potom vesmír vznikol z nejakej singularity, tá v momente svojo vzniku mala **jedinú vlastnosť, a to vlastnosť existencie**, čo máme v našom jazyku vyjadrené existenčným kvantifikátorom v logike, ktorý takto vlastne hovorí o vlastnosti potenciálneho nekonečna. Rozpriestranenosť, žiarenie, teplotu, častice, gravitáciu a čas, atómy sa utvárali neskôr rovnako ako ďalšie a ďalšie štruktúry až do vzniku života, sebauvedomenia živých organizmov - u človeka - a doposiaľ vytvára nové štruktúry, ktoré objavujeme a popisujeme vo forme zákonov vedy. Počet vlastností s rastom počtu štruktúr, dnes už zásluhou človeka aj umelých štruktúr, narastá, stúpa informačná sila sveta s jeho vekom. Vznikajúce štruktúry totiž majú okrem svojej poznávacej funkcie základnú vlastnosť vytvárať nové štruktúry. Pri poznávacom procese človek používa induktívne postupy a tieto zovšeobecňuje na poznávaný svet, ktorému priraďuje aj vlastnosti reálneho, ale virtuálneho nekonečna a na to využíva slovo **<u>všetko</u>**, teda používa **všeobecný kvantifikátor** na vyjadrenie vlastnosti takého nekonečna. O aktuálnom nekonečne môžeme však hovoriť len v teoretickej oblasti, skôr však v oblasti transcendentálnej. Vlastnosti **potenciálneho nekonečna** sú reprezentované zavedením existenčného kvantifikátora. Logika pri existencii totiž nevylučuje možnosť všetkého.

Naše poznávanie vesmíru vlastne postupuje tak, že čím viac sa približujeme k poznaniu momentu jeho vzniku, musíme popisovať jeho stavy, v ktorých sa vyskytovalo menej štruktúr a tým aj menej vlastností. Naše východiskové postavenie je ale také, že reálny vesmír poznáme v jeho najzložitejšej podobe a to súčasne v takmer celej jeho histórii, lebo pomocou zdokonaľujúcich sa ďalekohľadov poznávame súčasne všetky javy, ktoré sa odohrávali v hlbokej minulosť, ale aj deje, ktoré prebiehali v nedávnej minulosti a aj v súčasnosti. Konečná rýchlosť všetkých druhov žiarenia, ktoré poznáme, je pre pochopenie vývoja vesmíru v našom poznávaní najpodstatnejšia. Ona nám umožňuje priamo pozorovať reálny priebeh procesov, ktoré sa odohrávali pred približne dvanástimi miliardami rokov až po súčasnosť a ako súčasné ich aj pozorujeme. Taký je totiž dosah našich terajších pozorovacích prostriedkov, ktoré máme k dispozícii a aj tento dosah sa nám postupne darí prekonávať.

To nám umožňuje poznávať minulosť vesmíru oveľa presnejšie ako skúmať históriu človeka. Tu také možnosti nemáme. Tým sa líši fyzikálny čas od filozofického, ľudského času. Rýchlosť šírenia fyzikálneho žiarenia je primeraná pre poznávanie vesmíru, ale privysoká pre poznávanie reálnych procesov vývinu a histórie človeka. Človek si to všetko uvedomuje a využíva to pre rozvoj svojho poznávania. **Vo filozofickom čase je celá minulosť vesmíru súčasnosťou, súčasnosťou však nie je minulosť ľudstva.**

Na popísanie našich vnemov o okolitom svete však potrebujeme jazyk, ktorý je schopný popísať tento stav v celej jeho zložitosti, a až jeho vytvorenie nám umožňuje nájsť spôsob, ako popísať tieto zložité, ale na svojom počiatku určite jednoduchšie stavy. Na to, aby sme mohli popísať históriu vesmíru, bolo potrebné, aby sa vesmír rozvinul do takej zložitosti, že v ňom vznikol mysliaci tvor s vysokým stupňom rozvoja svojej inteligencie schopný vytvoriť vedu s jej jazykom a tento jazyk musel rozvinúť do podoby, aby mohol neustále spresňovať svoje poznatky o svete. Hlavne na to vznikol transcendentálny svet jazykových pojmov, ktorý je nutnou súčasťou fyzikálneho sveta, aby sme o tomto svete mohli niečo vypovedať. Bez existencie tejto komplementarity fyzikálneho sveta a sveta jazykových faktov, by sme nemohli vypovedať o reálnom svete ako celku. Funkcia dobre rozvinutého jazyka je v týchto procesoch nezastupiteľná a naše poznávanie sa nebude rozvíjať, pokiaľ nebudeme súbežne s odhaľovaním zákonov prírody rozvíjať a zdokonaľovať aj naše poznávanie zákonitosti rozvoja jazyka, ktorý je podľa nás aspoň taký komplikovaný ako reálny svet fyziky. Jeho rozvoj podmieňuje rozvoj vedy a jeho nové podoby sú len jeho zdokonalením, ktoré nám umožňuje presnejšie vypovedať o realite, ktorej zákonitosti stále potrebujeme odhaľovať. Aby sme sa dopracovali k vedecko - racionálnej podstate vesmíru, musel vesmír trvať približne 15 miliárd rokov, aby vznikol človek a vytvoril jazyk, ktorým môžeme vypovedať o týchto faktoch.

Jazyk sa vyvinul v z histórie vesmíru na samom konci doterajšieho procesu vývinu sveta. Náš názor na to je ale taký, že ide len o jazyk sebauvedomelej bytosti - človeka, ktorý sebauvedomením nadobudol a pochopil pojem svojej individuálnej existencie a sám sa odčlenil od sveta ako samostatný subjekt vystupujúci v opozícii voči svetu. Spôsob odovzdávania informácie vo vesmíre však existoval aj pred vytvorením ľudského jazyka, lebo gravitácia, elektromagnetické žiarenie, neutrína atd... sú javy, pomocou ktorých si navzájom odovzdávajú informácie o sebe všetky objekty vo vesmíre a riadia sa zákonite touto informáciou pri svojej existencii. Je to veľký poriadok a poznanie toho poriadku človekom - to je využitie jazyka na popísanie týchto zákonitostí, nie na jej tvorenie.

Jednou z najdokonalejších metód na vytváranie nových výpovedí o svete je indukcia a dedukcia a ich postupy.

Dedukcia je potom metóda, ktorú môžeme vytvárať a používať až na určitom stupni poznania zákonitostí vzťahov medzi pojmami, schopnosti pojmov vytvárať výroky a pochopiť vzťahy výrokov ku svojim pravdivostným hodnotám. Tak postupne vyniká logika a jej aparát, ktorý nám urýchľuje poznávanie týchto zákonitostí. Tie nám umožnia vytvárať všeobecné tvrdenia z iných všeobecných tvrdení, a to bez už aj bez použitia princípov indukcie. Všeobecným tvrdeniam priraďujeme všeobecnú platnosť, ale neuvedomujeme si, že majú len taký stupeň pravdepodobnosti svojej platnosti, aký by sme mohli priradiť základným tvrdeniam. Ich platnosť je zaručená tým, že ide o vyplývanie na základe dedičnej vlastnosti, ktorou je nejaká pravdivostná hodnota z možných hodnôt a keďže sa táto hodnota zachováva, všetky odvodené tvrdenia sú platné na tom istom stupni potvrdenia. Je to deduktívna istota, ktorá nám dáva odvahu tvrdiť, že všetky dedukcie platia bez podmienok. Bezospornosť nejakej deduktívnej teórie je založená na predpoklade, že žiadny jej dôsledok nemá inú pravdivostnú hodnotu ako jej predpoklady. Dedukcia rozširuje zároveň naše znalosti o zákonitostiach jazyka, a tým urýchľuje naše poznávanie sveta, lebo dokonalejší jazyk slúži ako urýchľovač našich poznávacích možností. Prostredníctvom dedukcie môžeme vstupovať do logických zákonitostí pojmov transcendentného sveta, uskutočňovať príslušné logické operácie a dostávať tak výsledky zo znalostí a tvrdení, ktoré nemusia byť overované skúsenosťou, ale len myšlienkovými procesmi, teda dopracovávame sa k analytickým tvrdeniam.

Vráťme sa ale k pôvodnému problému našich úvah, k logickým kalkulom.

V dvojhodnotovom klasickom kalkule môžeme vytvárať verratívne a falzitívne úsudky, ak výrokom priradíme len hodnoty „pravda“ a „nepravda“ teda hodnoty klasickej logiky, sme na úrovni klasickej , skôr stoickej logiky. Môžeme im však priraďovať aj ľubovolné dve hodnoty z množiny možných hodnôt a tým vytvoríme ľubovoľné pravdepodobnostné úsudky.

V trojhodnotovej logike môžeme vytvárať verratívne, polpravdivé a falzitívne úsudky, ak pôjde o klasickú trojhodnotovú logiku, alebo ľubovoľné pravdepodobnostné úsudky, ak zvolíme iné ako uvedené pravdivostné hodnoty.

Takto by sme mohli tieto definície rozvíjať podľa zvyšujúceho sa počtu pravdivostných hodnôt až po hodnoty n-hodnotových logík, teda: v n-hodnotovej klasickej logike môžeme vytvárať verratívne... až falzitívne úsudky, a teda aj definovať príslušné typy vyplývania alebo ľubovoľné pravdepodobnostné deduktívne úsudky, ak zvolíme iné ako klasické hodnoty pre pravdivostné hodnoty. Usudzovanie síce ostane deduktívne, ale predpoklady aj závery budú pravdepodobnostné.

Z týchto vzťahov medzi charakteristickými hodnotami predpokladov a záverov úsudkov dostaneme tri spôsoby vytvárania deduktívnych kalkulov, ktoré však môžeme vytvárať u všetkých druhov matíc len vtedy, ak sú maticami niektorej klasickej či neklasickej extenzionálnej logiky, a to:

- **a. axiomatickú deduktívnu metódu**
- **b. metódu prirodzenej dedukcie**
- **c. metódu konštrukcie analytických tabiel.**

Všetky sa považujú pri budovaní logiky za rovnocenné. Tento záver však platí len vtedy, ako ide o logiky funkčne (definitoricky) úplné. Vo funkčne neúplných kalkuloch výrokovej logiky to neplatí bezvýhradne, ako to neskôr ukážeme.

Vieme, že tautológie môžeme vytvárať len v kalkuloch s funktormi, ktorých matice umožňujú definovať, ktoré majú vo vnútri matice na všetkých poliach jedinú pravdivostnú hodnotu, teda **vybrané matice**. Pomocou nich sa vytvárajú tautológie.

Ak nejaká matica nedefinuje žiadnu vybranú maticu, jej funktor nemôže vytvárať tautologické formuly.

D5. Tautológia výrokovej logiky je jej formula, ktorá pri tabuľkovom vyhodnotení získava vo výslednom stĺpci hodnôt tú istú, jedinú pravdivostnú hodnotu.

V dvojhodnotovej logike môžeme vytvárať dva druhy tautológií:

a. tautológie verratívne, kde vybraným funktorom je funktor so samými hodnotami **1** vo vnútri matice a

b. **tautológie falzitívne**, kde vybraným funktorom je funktor so samými hodnotami **0** vo vnútri matice**.**

Vo viachodnotových logikách to bude obdobne, ale s tým rozdielom, že počet druhov tautológií bude narastať.

Kalkul, v ktorom sa dá definovať vybraná matica, bude mať ako charakteristickú, **vybranú hodnotu.**

Za axiómy môžeme v axiomatickom výrokovom logickom kalkule voliť len tautológie pre príslušné definovateľné, alebo základné vybrané matice.

Kalkul, ktorý má vybranú hodnotu, môžeme vytvárať aj **pomocou axiomatickej deduktívnej metódy.**

V kalkuloch, kde nie sú tautológie, sa nedajú vytvárať teorémy a teda ani axiómy. Kde nie sú axiómy, nemôžeme vytvárať axiomatický systém,

Axiomatický systém nie je preto v logike najvšeobecnejšou formou dedukcie.

Všeobecnejšie sú metóda prirodzenej dedukcie a metóda vytvárania analytických tabiel, lebo ich môžeme používať aj v logických kalkuloch, v ktorých sa nedajú definovať vybrané matice, teda aj tam, kde axiómy nemôžeme vytvoriť. V takých kalusoch sa nedajú vytvárať ani **teorémy dedukcie**.

Prijmeme ešte dohodu, že pojem kontradikcie budeme používať na označenie formuly, ktorá má výsledné hodnotenie vyjadrené stĺpcom so samými hodnotami 0 len a len v klasickom verratívnom výrokovom kalkule, v ktorom je definovateľná vybraná matica s hodnotou „0“, ale hodnota „0“ nie je v danom kalkule charakteristickou hodnotou, lebo taký je doposiaľ v logike zvyk.

Voľba charakteristickej hodnoty kalkulu a schopnosť definičnej úplnosti definičného kalkulu je dôležitá. V klasickom výrokovom kalkule charakteristickou hodnotou „1“ a definovateľnou vybranou maticou pre hodnotu „0“ , má zákon vylúčenia tretieho tvar disjunkcie:

$(p \vee \sim p)$

Zákon sporu má tvar:

$\sim(p \wedge \sim p)$.

Tieto zákony sú garantmi dvojhodnotovosti klasickej verratívnej logiky.

V klasickom dvojhodnotovom falzitívnom kalkule má však zákon vylúčenia tretieho tvar:

$(p \wedge \sim p)$

a zákon sporu má tvar“

$\sim(p \vee \sim p)$

Aj tieto zákony garantujú dvojhodnotovosť klasickej, ale falzitívnej logiky.

Ak zoberieme ako príklad kalkul výrokovej logiky, ktorý uvádza ako cvičenie vo svojej knihe „Úvod do logiky a metodológie deduktívnych vied“ A. Tarski, potom prvých šesť axióm vytvára verratívny neúplný kalkul klasickej logiky, kde sa uvedené zákony nedajú formulovať, lebo v tomto kalkule sa nedá definovať vybraná matica s hodnotou „0“, ale tým sa nedá vytvárať ani žiaden nepriamy dôkaz Ide o verratívny neúplný výrokový kalkul. Existujú v ňom verratívne tautológie, platí pravidlo odlúčenia a substitúcie ale neexistuje v ňom negácia. Kalkul sa stáva definitoricky úplným až po dodaní siedmej axiómy, ktorá obsahuje ako základný termín aj negáciu.

Proťajškom Tarského kalkulu môžeme vytvoriť falzitívny kalku s definovateľnými oboma vybranými maticami klasickej dvojhodnotovej logiky ale s charakteristickou hodnotou „0“, kde by prvých šesť axióm vytváralo neúplný falzitívny kalkul bez zákonov sporu a vylúčenia tretieho, bez negácie, kde by sme tiež nemohli prevádzať nepriamy dôkaz a pridaním siedmej axiómy so základným termínom negácie by sme dostali úplný falzitívny klasický dvojhodnotový kalkul. Pravidlo substitúcie by sa nezmenilo, lebo platí pre akúkoľvek tautológiu, ale pravidlo odlúčenia by musela zachovávať ako dedičnú vlastnosť hodnotu „0“.

Vždy, keď budeme hovoriť o kalkuloch logiky všeobecne, teda o kalkuloch falzitívnych,, neutrálnych a podobne, budeme za tautológiu považovať každú formulu, ktorá má vo svojom výslednom pravdivostnom ohodnotení v tabuľke stĺpec s jednou pravdivostnou hodnotou.

V každom kalkule logiky sa môže hociktorá pravdivostná hodnota, ktorá sa vyskytuje aspoň v jednom poli matice, stať hodnotou charakteristickou, teda môžeme pre ňu vytvoriť úsudkové pravidlá, ale nie každá takáto hodnota sa môže stať vybranou hodnotou kalkulu.

Každá vybraná hodnota kalkulu je zároveň charakteristickou hodnotou, ale nie naopak.

To je možné len u funkčne úplných kalkulov a v **niektorých zvláštnych kalkuloch, ktoré sme nazvali <u>podivné kalkuly</u>**. O týchto kalkuloch budeme pojednávať nižšie..

Tautológie chápeme širšie ako je to v logike zvykom. Vychádzame pritom z hesla tautológia v spomínanej "Malej encyklopédii logiky: "Tautológia je výraz, ktorý je pravdivý v každej neprázdnej oblasti... Ak chceme formulovať presnejšie tento pojem, musíme ho definovať zvlášť pre výrokovú a zvlášť pre predikátovú logiku. Formulujeme to nasledovne. Výraz W je tautológia klasickej výrokovej logiky vtedy a len vtedy, keď pri každom dosadení konštánt za premenné sa mení na pravdivý výrok. Výrok Z obsahujúci predikáty P_1, P_2... P_k je tautológiou predikátovej logiky vtedy a len vtedy, keď je pravdivý v každej neprázdnej oblasti pri ľubovoľnom chápaní symbolov P_1, P_2... P_k, ako výrazov, ktoré sa vzťahujú na určité vlastnosti alebo relácie z danej oblasti... Takto chápaný pojem tautológie bol do logiky zavedený až v dvadsiatom storočí L. Wittgensteinom a F. P. Ramseyom v dvadsiatych rokoch... Nepodáva žiadnu informáciu o svete okrem istej logickej informácie, veď práve tautológie sú nositeľmi veľkej časti logických informácií."

Mala encyklopedia logiki, Wroclaw-Warszawa-Krakow, 1970, str. 292.

Ak pripustíme, že aj iné zvolené pravdivostné hodnoty sa môžu za určitých okolností stať vybranými hodnotami, potom budú okrem formúl s rôznymi hodnotami vo výsledku existovať aj formuly, ktoré budú mať vo výslednom stĺpci hodnôt jedinú pravdivostnú hodnotu, ale inú ako hodnota pravda. Aj tieto formuly budú mať túto hodnotu pri každom dosadení hodnôt za svoje premenné a nebudú dávať o svete inú ako logickú informáciu, zato budú dávať viac logických informácií a budú to vlastne zákony logiky s inou vybranou hodnotou ako hodnota pravda. Nič nám teda nebráni, aby sme ich tiež nazývali tautológie logiky. Veď aj taká hodnota sa stáva dedičnou vlastnosťou nejakého logického kalkulu. Spresnime si teda definíciu tautológie takto:

D5.1. **<u>Tautológiou</u> budeme nazývať každú formulu, ktorá má** pri tabuľkovom vyhodnotení **vo svojom výslednom stĺpci hodnôt len jednu zo zvolených hodnôt kalkulu, pretože bez**

ohľadu na to, ktorá zo zvolených hodnôt kalkulu to je. Teda každej kombinácii hodnôt svojich argumentov bude priraďovať len jednu pravdivostnú hodnotu.

Podľa zákonitostí vyplývajúcich z používania označených matíc v extenzionálnych logikách môžeme výskyt tautológií vo výrokových kalkulov definovať takto.

Ak je v definičnom kalkule nejakej základnej matice definovateľná aspoň jedna vybraná matica, potom v jednom z príbuzných kalkulov tohto definičného kalkulu a to v tom, kde charakteristická hodnota kalkulu je totožná s hodnotou vybranej matice, sa dajú formulovať tautológie.

Existencia vybranej pravdivostnej hodnoty v nejakom logickom kalkule signalizuje, že kalkul má ďalšiu dôležitú vlastnosť, ktorá ho odlišuje od iných kalkulov logiky. Sú v ňom totiž konštruovateľné také formuly kalkulu, ktoré môžeme nazvať zákonmi toho kalkulu. V kalkule, kde niet vybranej hodnoty, taká možnosť jestvuje a môžeme v ňom vytvárať len usudzovacie pravidlá ale nie zákony. Nie všetky možné kalkuly výrokovej logiky však majú vybranú hodnotu.

V rôznych kalkuloch môžu, vzhľadom na existenciu či neexistenciu vybranej hodnoty, vzniknúť rôzne situácie, samozrejme podľa počtu zvolených hodnôt a základných pojmov kalkulu.

Vlastnosti kalkulov, o ktorých sme hovorili, naznačujú, že ide o kalkuly, pri ktorých rôzne matice vytvárajú rôzne kalkuly s veľmi rôznorodými vlastnosťami, s rôznymi deduktívnymi vlastnosťami, čo sa skutočne prejaví pri výstavbe logických kalkulov.

Okrem toho extenzionálne výrokotvorné funktory majú niekoľko vlastností, ktoré nás budú zaujímať, lebo naše úvahy sa týkajú hlavne tej časti logiky, ktorú nazývame výroková logika. Skúmame v nej vlastnosti výrokovologických kalkulov a konštánt, ktoré sa v nich vyskytujú.

Ako konštantu chápeme niektorý extenzionálny výrokotvorný funktor výrokovologického kalkulu charakterizovaný príslušnou maticou. Ide o vlastnosti:

a: spojovacie

b: rozhodovacie

c: definičné

d: deduktívne.

Tieto vlastnosti sme už popísali pri formulovaní pravidiel pre vytváranie logického kalkulu, ale môžeme ich zhrnúť aj takto.

a: **Spojovacie vlastnosti** - schopnosti funktora vytvárať po dosadení argumentov nové, zložené výroky a zároveň priradiť novovzniknutému výroku príslušnú pravdivostnú hodnotu podľa toho, aký funktor sme použili.

b: **Rozhodovacie vlastnosti funktora** - zaručujú existenciu procedúr, ktoré po konečnom počte krokov umožňujú rozhodnúť, akú pravdivostnú hodnotu má zložený výrok. Ide o tabuľkovú metódu a prevod na normálne formy.

c: **Definičné vlastnosti** - vyjadrujú schopnosť na základe opakovania operácie popísanej maticou funktora vytvárať nové sústavy zvolených hodnôt vo forme novovytváraných matíc pri opakovanej aplikácii ním vytváranej operácie na svoje argumenty, ktoré reprezentujú ďalšie funktory kalkulu.

d: **Deduktívne vlastnosti funktora** - určujú, ktorou formou dedukcie môžeme budovať logický kalkul na základe vlastností funktora daných jeho maticou.

Spresníme ešte pojem **definičná sila označenej matice** (**výrokovej konštanty)**.

D1.13. Definičná sila výrokovej matice (**konštanty, funktora)** je **početnosť množiny nových matíc (konštánt), ktoré sa dajú definovať pomocou zvolenej matice (konštanty) a je vyjadrená v prirodzených číslach. Čím je táto mohutnosť väčšia, tým je väčšia aj definičná sila funktora. Tieto vlastnosti sú jednoznačne dané vlastnosťami matíc, ktoré vyjadrujú štrukturálne vlastnosti príslušného funktora. Definičná sila funktora je podmienená definičťnou silou matice, ktorá určuje jeho štruktúru a tým aj vlastnosti.**

Definičné sily matice a logickej konštanty, ktorá je maticou charakterizovaná, sú totožné.

Definovanie môžeme prevádzať dvojakým spôsobom.

a. **pomocou matíc**
b. **pomocou funktorov.**

Definovanie podľa matíc nám nerobilo problémy pri dvojhodnotovej klasickej logike vzhľadom na malý počet dvojmiestnych funktorov. Vlastnosti všetkých dvojhodnotových funktorov boli predsa známe. Ich maticové vyjadrenie nám však umožnilo pochopiť štrukturálne vlastnosti matíc. Zistili sme, že hodnoty uvádzané na jednotlivých poliach vo vnútri matice nie sú rovnocenné. Pre základné vlastnosti matice sú totiž rozhodujúce polia na hlavnej osi matice (diagonále) ako sme to už uviedli. Usporiadanie hodnôt na týchto poliach totiž podstatnou mierou určuje definičnú silu matice ako aj jej schopnosť vytvárať tautologické formuly.

Zložitejšia situácia vznikla pri snahe definovať z každej možnej trojhodnotovej matice všetky definované matice.

Najprv sme ručne nadefinovali všetky definície jednoargumentových funktorov zo symetrických matíc trojhodnotovej logiky. Takých matíc je 729. Bola to pomalá obtiažna práca, ale tam sme sa naučili primerane čítať vlastnosti trojhodnotových matíc. Potom nasledovala práca na programe na generovanie dvojargumentových definovaných matíc. Program sme po mnohých konzultáciách s programátorom aj vytvorili. Generovanie však prebiehalo veľmi pomaly, vzhľadom na pomalosť prvých typov počítačov. Zo zvyšovaním výkonu počítačov sme sa snažili vytvoriť program pre generovanie zo všetkých matíc trojhodnotovej logiky. Táto práca bola veľmi zdĺhavá a trvala nám päť rokov.

Využívali sme pri tom vlastnosti diagonál matíc, kde ku každej zmene na diagonále sa dalo vygenerovať 729 matíc, vrátane základnej matice. Tak vzniklo 27 podpodsystémov definičných kalkulov trojhodnotovej logiky usporiadaných podľa zmien na diagonálach a potom postupne na jednotlivých poliach matíc mimo diagonál. Každá matica z 19683 matíc sa stala základnou maticou pre jeden **definičný kalkul**. **Podpodsystémy sme usporiadali do podsystémov, podľa spoločných štrukturálnych znakov diagonál. Všetky podsystémy tvoria systém definičných kalkulov trojhodnotovej logiky.** Jednotlivé základné, ale aj definované matice potom označujeme buď známymi znakmi funktorov, alebo vytvárame nové symboly konštánt, ktoré potom používame ako výrokové spojky.

Program na generovanie matíc považujeme za celkom spoľahlivý, lebo je v ňom zabudovaný mnohonásobný kontrolný systém a pri praktickom overovaní sme v žiadnom prípade nenarazili na chybný výsledok. Kontrolou bolo aj porovnanie výsledkov z definovania symetrických matíc s výsledkami generálneho programu, ktoré boli robené rôznymi programátormi. Výsledky generovania symetrických matíc uvádzame v prehľadnej tabuľke, ktorí je umiestnená ako príloha. Myslíme si, že je to dostatočná vzorka na pochopenie funkcie diagonál v maticiach.

Definovanie podľa funktorov prebieha podľa definičných pravidiel pre výrokovú logiku tak, že niektoré zložené formuly, ktoré vzniknú pomocou základných funktorov označujeme novými funktormi, ako skratkami za zložené formuly. Pre tento postup sme ani neuvažovali vytvoriť program, lebo definície v trojhodnotovej logike môžu mať až niekoľko tisíc konštánt a premenných a kontrola pomocou zraku je iluzórna a programy by boli podľa našej mienky omnoho zložitejšie, ba až ťažko realizovateľné. Nevylučujeme však vôbec možnosť takého postupu.

Súčet definovaných funktorov dostaneme pri každom generovaní definícií, ale nie vždy pôjde o **maximum**. Počty maximálnych matíc uvedieme pri jednotlivých definičných kalkuloch.

Vždy budeme vytvárať len kalkuly s jednou výrokovou konštantou ako základnou a teda charakterizovanou jedinou základnou maticou. Definičná sila matice a funkltora ňou charakterizovaného sú rovnomocné množiny. Definičná sila funktora a matice, ktorou je charakterizovaný predstavuje totožné prirodzené číslo. Každá definičná sile predstavuje jeden definičný kalkul s jednoznačne určeným počtom definícií, (matíc alebo funktorov).

Pri pochopení určitých zákonitostí to zohráva dôležitú úlohu. Prvý krok bude vždy spočívať vo vytvorení všetkých definícií jednomiestnych a dvojmiestnych funktorov pre vytváraný kalkul pomocou základného funktora (matice). Vznikajú tým zaujímavé hlavne neúplné výrokovologické kalkuly s často zvláštnymi vlastnosťami. Mnohé obsahujú ako svoju časť celú klasickú logiku, nehovoriac už o obsiahnutosti neklasických dvojhodnotových logík. V podstate každá klasická viachodnotová výroková logika obsahuje určitým skrytým spôsobom všetky klasické logiky s nižším počtom hodnôt. Budeme tomu hovoriť vnorenie logík nižších typov (s menším počtom zvolených hodnôt) do logík s vyšším počtom zvolených hodnôt. Budeme o tom hovoriť v samostatnej kapitole. Toto sa nedá jednoznačne povedať o neklasických viachodnotových extenzionálnych logikách, hoci môžeme konštruovať aj také logiky, ale zatiaľ sme sa nimi nezaoberali.

Môžeme teda povedať, že vzhľadom na to, čo sme povedali o kalkuloch, **každý maximálny klasický viachodnotový extenzionálny výrokový kalkul jedného definičného kalkulu je tolerantný voči všetkým definičným kalkulom toho istého definičného kalkulu, ale s nižšou ako maximálnou definičnou silou. Extenzionálne kalkulom s nižším počtom zvolených hodnôt sú toleranciami všetkých úplných definičných kalkulov s vyšším počtom zvolených hodnôt a hodnoty kalkulu s nižším počtom hodnôt sa v kalkule s vyšším počtom hodnôt vyskytujú. To značí, že dvojhodnotová klasická logika bude toleranciou všetkých klasických viachodnotových logík, lebo hodnoty „1" a „0" sa vyskytujú v každom klasickom viachodnotovom kalkule, ale napr. trojhodnotová logika nebude toleranciou štvorhodnotovej logiky, lebo hodnota ½ sa vo štvorhodnotovej logike nevyskytuje, ale bude toleranciou päťhodnotového klasického výrokového kalkulu.**

Ak sú dva kalkuly extenzionálnej logiky vzájomne tolerantné, nepovažujeme tento vzťah za toleranciu, ale len za **kvazitoleranciu.**

Tolerantnosť kalkulov je ich dôležitou vlastnosťou, lebo umožňuje zmierniť dôsledky vzťahu neurčitosti tým, že tolerantný kalkul vypovedá o určitých javoch, vzťahoch a zákonitostiach obsahovo bohatšie a presnejšie ako jeho tolerancia, pretože jeho výpovede sú podložené poznaním jemnejšej štruktúry pojmov, ktoré na to používa. Napríklad zákony hocijakej dvojhodnotovej logiky sú bohatšie popísané v štvorhodnotovom ako v dvojhodnotovom kalkule, lebo sú rovnako presné, ale popísané štvorhodnotovou štruktúrou.

To sa nedeje pri kvazitoleranciách, lebo popisujú pojmy síce každá svojimi postupmi, ale na rovnakom stupni jemnosti. Len kalkuly s rovnakým počtom pravdivostných hodnôt, definícií a vzájomne sa definujúcimi funktormi, sa môžu stať kvazitoleranciami. Tieto vzťahy sa stávajú pri použití maticového popisu výrokovologických funktorov prehľadnejšie, avšak predpokladajú ďalší intenzívny výskum.

Uvedené tvrdenie neplatí vo všeobecnosti pre neklasické extenzionálne výrokové kalkuly. U nich musíme toleranciu skúmať vždy vzhľadom na vzťahy medzi konkrétnymi kalkulmi.

Ako sme už uviedli, nie všetky výrokovologické kalkuly sú funkčne úplné. Neúplnosť kalkulu vzniká v podstate z troch príčin.

Kalkul je neúplný, lebo:

a. sme nenadefinovali všetky možné funktory, teda úmyselne sme vytvorili neúplný kalkul (empiricky neúplný)

b. sme nevytvorili procedúru, ktorá by nám zaručila, že zo základných termínov odvodíme všetky termíny, ktoré sú z nich odvoditeľné (procedurálne neúplný)

c. základný funktor kalkulu neumožňuje definovať všetky možné funktory, a teda kalkul je funkčne neúplný (syntakticky neúplný).

Pri možnosti **a.** ide o subjektívny úmysel alebo chybu, pri možnosti **b.** nemáme primeraný algoritmus alebo program na vytváranie všetkých definícií kalkulu vytvoriť úplný kalkul.

Túto procedúru je možné zadať počítaču prostredníctvom vhodného programu, a to je nutné hlavne u viachodnotových logík, kde počet funktorov rastie s počtom hodnôt nesmierne rýchlo.

V klasickej dvojhodnotovej logike poznáme dva shefferovské funktory. Jeden nazývame Shefferov a druhý Niccodov funktor. Funktory s takými vlastnosťami jestvujú aj vo viachodnotových logikách a sú fakticky nositeľmi obrovského množstva informácií vzhľadom na svoju nesmiernu definičnú silu.

Môžeme teda zhrnúť.

Podľa toho, akú úlohu zohrávajú v logických kalkuloch, sme postupne zaviedli:

I. možné pravdivostné hodnoty

II. zvolené pravdivostné hodnoty

III. charakteristické pravdivostné hodnoty

IV. vybrané pravdivostné hodnoty.

Zaviedli sme tiež pojmy verratívneho, falzitívneho a ďalších druhov vyplývania, pojem definičnej sily funktora, definičnej úplnosti a neúplnosti, pojmy vybranej, charakteristickej, zvolenej a možnej hodnoty kalkulu .

V súvislosti s pojmom vybranej hodnoty a charakteristickej hodnoty musíme uvažovať ešte o jednom dôležitom pojme, s ktorým sa budeme v ďalších úvahách stretávať, o pojme splniteľnosti formúl výrokovej logiky.

Vety nejakej logiky, ktoré aspoň pri jednom pravdivostnom hodnotení nadobúdajú hodnotu charakteristickej hodnoty, ktorá je zároveň vybranou hodnotou, budeme nazývať **splniteľnými formulami danej logiky**.

Vety nejakej logiky, ktoré nadobúdajú aspoň pri jednom pravdivostnom hodnotení hodnotu charakteristickej hodnoty, ktorá nie je vybraná, budeme nazývať **slabosplniteľné formuly danej logiky.**

Kalkul, v ktorom sa vyskytujú len slabosplniteľné formuly, je funkčne neúplný.

Kalkul, v ktorom sú všetky zvolené hodnoty vybrané, má všetky formuly splniteľné.

Splniteľnosť všetkých formúl nezaručuje funkčnú úplnosť kalkulu.

Logické kalkuly, ktoré sa dajú vytvoriť na základe jednej matice, tvoria príbuzenstvo logických kalkulov, lebo majú totožné pravidlá R1, R2, R3, ale rozdielne pravidlá R4.

Vzťah tolerantného kalkulu k svojim toleranciám nevytvára príbuzenstvo kalkulov.

Všetky ekvivalentné kalkuly sú vo vzťahu kvazitolerancie.

Všetky tolerancie sú vnorené vo svojich tolerantných kalkuloch.

Tolerancia ani kvazitolerancie nevytvárajú príbuzenstvá výrokových kalkulov, lebo majú rôzne vybrané alebo charakteristické hodnoty. Príbuzenstvá výrokových kalkulov sú totiž kalkuly s jednou základnou maticou, nevylučujeme aj viac základných matíc, teda majú totožnú bázu kalkulu, ale rôzne odvodzovacie pravidlá. Pre všetky vyššie uvedené matice totiž môžeme vytvárať kalkuly s verratívnym, falzitívnym alebo polpravdivým vyplývaním. Príbuzenstvo kalkulov teda tvorí taký počet kalkulov, aká je početnosť hodnôt vonkajšieho hodnotenia matice. V trojhodnotovej logike môže byť tvorené príbuzenstvo kalkulov najviac tromi kalkulmi, v päťhodnotovej logike najviac piatimi kalkulmi.

Načrtnuté myšlienky možno otvoria diskusiu o princípoch logiky, čo by bolo užitočné. Maticové vyjadrovanie vlastností konštánt výrokovej logiky predstavuje podľa nášho názoru podstatné zvýšenie toku informácií o ich vlastnostiach, a tým aj možnosť vytvoriť dokonalejší jazyk pre túto oblasť. Jazyk je totiž nástroj, kde každé prehĺbenie poznania jeho štruktúry nám umožňuje jednoduchšie, presnejšie a primeranejšie sa vyjadrovať o určitých javoch skutočnosti. Naše nepochopenie problému je často spôsobované len neprimeranosťou jazyka. Nájdenie vhodného jazyka pre popisovanie nejakého problému často poskytuje kľúč k jeho vyriešeniu.

Úplný systém definičných kalkulov trojhodnotovej logiky

V torjhodnotovej logike sme previedli definície na základe všetkých v nej sa vyskytujúcich funktorov. To nám umožnilo pochopiť systém ich usporiadania na báze diagonál týchto funktorov. Systém všetkých definícií sa nám v podstate sám usporiadal do nasledujúcich siedmych skupín definičných kalkulov, ktoré sú usporiadané podľa svojich základných vlastností a sú uvedené na nosiči CD, ktorý je súčasťou tejto publikácie. Na tomto mieste ich popíšeme. Vychádzame pritom, ako zo základu, z prirodzeného usporiadania pravdivostných hodnôt na diagonále matice trojhodnotovej logiky, ktoré má tvar, ktorý je pre naše ďalšie úvahy podstatný:

p/q	1	2	3
1	1		
2		2	
3			3

Matice s takým, teda prirodzeným usporiadaním hodnôt na diagonále majú najnižšie definičné sily, teda celkovo definujú najmenší počet iných matíc.

Ešte však musíme podotknúť, že hodnoty označenia matice, teda 1, 2, 3, predstavujú vlastne premenné, lebo zastupujú tri ľubovolne zvolené tri hodnoty z množiny možných hodnôt logiky vrátane imaginárnej hodnoty „i“. Prijímame však pravidlo zápisu týchto hodnôt tak, aby premenná j1 reprezentovala vždy hodnotu pravda, ak je zvolenou hodnotou, alebo hodnotu, ktorá sa hodnote 1 najviac približuje. Na poslednom mieste musí byť vždy hodnota 0, teda nepravda, ak je zvolenou hodnotou, alebo hodnota, ktorá sa tejto hodnote najviac približuje. Pôjde teda vždy o zostupné usporiadanie hodnôt. Hodnotu „i“ ak ju zvolíme, budeme v trojhodnotovej logike uvádzať vždy ako druhú. Ak si napríklad zvolíme hodnoty 3/4, 1/3 a ¼, potom matica takej trojhodnotovej logiky bude mať pri prirodzenom usporiadaní tvar:

p\q	3/4	1/2	1/4
3/4	3/4		
1/2		1/2	
1/4			1/4

Definičné sily sa zvyšujú s počtom zmien na diagonále oproti prirodzenému usporiadaniu hodnôt a vytvárajú takto sedem podsystémov systému trojhodnotovej logiky. Každý podsystém obsahuje, okrem prirodzeného usporiadania, kde je jediná možnosť takého usporiadania, niekoľko podpodsystémov .

Podsystémy sme usporiadali podľa meniacich sa hodnôt na ich diagonálach takto:

1. **<u>0zmDg3h</u>** – čo čítame; žiadna zmena na diagonále oproti jej prirodzenému usporiadaniu, ale mohli by sme to označiť aj ako prirodzené usporiadanie hodnôt na diagonále
2. **<u>1zmDg2h</u>** – čo čítame; jedna zmena na diagonále oproti prirodzenému usporiadaniu jej hodnôt, na diagonále sa vyskytujú dve hodnoty.
3. **<u>2zmDg1h</u>** - dve zmeny na diagonále oproti prirodzenému usporiadaniu, na diagonále sa vyskytuje jedna hodnota.
4. **<u>2zmDg2h</u>** - dve zmeny na diagonále oproti jej prirodzenému usporiadaniu, na diagonále sa vyskytujú dve hodnoty.
5. **<u>2zmDg3h</u>** - dve zmeny na diagonále oproti jej prirodzenému usporiadaniu, na diagonále sa vyskytujú tri hodnoty
6. **<u>3zmDg2h</u>** - tri zmeny na diagonále oproti jej prirodzenému usporiadaniu, na diagonále sa vyskytujú dve hodnoty.
7. **<u>3zmDg3h</u>** - tri zmeny na diagonále oproti jej prirodzenému usporiadaniu, na diagonále sa vyskytujú tri hodnoty.

Každý podsystém sa delí na jede až šesť podpodsystémov.

Každý podpodsystém pozostáva z 729 definičných kalkulov, ktoré majú veľmi rozdielne definičné sily aj v rámci jednotlivých definičných kalkuloch.

Teraz si zavedieme pojem **<u>maximálna matica.</u>**

<u>Matica je maximálna,</u> ak jej definičná sila je najvyššia v rámci daného podpodsystému definičných kalkulov.

Každý podpodsytém definičných kalkulov má pomerne vysoký počet maximálnych matíc.

Definičné kalkuly vytvárané maximálnymi maticami v rámci jedného podpodsystému definičných kalkulov sú spravidla navzájom kvazitoleranciami a sú tolerantné voči všetkým definičným kalkulom príslušného podpodsystému, ktorých definičná sila základných matíc nie je maximálna.

Každá shefferovská matica je v príslušnom podpodsystéme zároveň maximálnou maticou, čo môžeme povedať aj širšie**.**

Každá shefferovská matica je zároveň maximálnou maticou príslušného podpodsystému kalkulov ale nie každá maximálna matice je shefferovská.

Okrem maximálnych matíc sa vo väčšine definičných kalkulov vyskytujú aj matice, ktoré nazveme **podmaximálne matice. Od maximálnych matíc sa len nepatrne líšia v definičnej sile (o** jednu až tri nedefinované matice**), ale týmto pádom nie sú shefferovské a sú základom síce definične bohatých, ale funkčne neúplných kalkulov.** Sú preto toleranciami kalkulov, ktoré sú v rámci daného definičného podpodsystému, ktorých základom sú maximálne matice.

Podmaximálne matice sú akýmisi definičnými fluktuáciami v definičných kalkuloch. (Za podmienky, že nie sú dôsledkom nedokonalosti generovacieho programu. Je to síce veľmi málo pravdepodobnú ale nie celkom vylúčené. Ak sa však to ukáže, že nie sú nepravidelnosti, zvýši sa počet maximálnych matíc. My ich zatiaľ berieme ako realitu, lebo sme presvedčení o spoľahlivosti programu.)

Výskyt maximálnych matíc popíšeme pri uvádzaní každého podpodsystému definičných kalkulov trojhodnotovej logiky a ukáže nám jednoznačne na podstatný vplyv zmien na diagonálach matíc na zmeny ich vlastností hlavne v oblasti výšky definičných síl ale aj ich deduktívnych vlastností.

Tieto rozdielne definičné sily sú podmienené okrem zmien hodnôt na diagonále oproti jej prirodzenému usporiadaniu, aj rozložením pravdivostných hodnôt matice mimo diagonály, teda celkovými zmenami štruktúr hodnôt vo vnútri základnej matice. Každý definičný kalkul ma len jednu základnú maticu a príslušný počet definovaných jednoargumentových a dvojargumentových definovaných matíc, podľa definičnej sily základnej matice.

Podsystém definičných kalkulov s označený 0zmDg3h

1. Podsystém **0zmDg3h** je tvorený jediným podpodsystémom definičných kalkulov, pre ktorú je typickým znakom to, že hodnoty na ich diagonálach sú usporiadané prirodzene, to značí, že na diagonále, ktorá je tvorená priesečníkmi dvoch rovnakých hodnôt označenia matice a na ľubovolnej matici v tomto priesečníku hodnotu, ktorú nesú hodnoty označenia.

Je to prirodzené usporiadanie hodnôt na diagonálach matíc a je zároveň mierou zmien pre ostatné diagonály.

Na CD nosiči sme tento podpodsytém označili menom **D_123**

Hodnoty za znakmi „**D_**” vlastne označujú usporiadanie hodnôt na diagonále.

V matici s prirodzeným usporiadaním v trojhodnotovej logike nenastáva možnosť vytvoriť žiadnu negáciu. Ich definičná sila sa pohybuje v rozpätí 1 až 728. Táto najvyššia hodnota prislúcha maximálnym maticiam tohto podpodsystému definičných kalkulov a takých matíc a teda aj definičných kalkulov s príslušným počtom druhotných termínov sa vyskytuje v 84 definičných kalkulov, teda podpodsystém obsahuje 84 maximálnych matíc s definičnou silou **728**, zo všetkých 729 definičných kalkulov tohoto podpodsystému.

Všetky maximálne matice vytvárajú logicky ekvivalentné definičné kalkuly, sú preto navzájom kvazitolerantné. Medzi kalkulmi, ktoré majú nižšiu definičnú silu je pomerne veľký skok v DS, lebo DS menších kalkulov ja 162. Tieto rozdiely v DS podpodkalkuloch medzi maximálnymi maticami a ostatnými maticami s o stupeň nižšou DS ja vysoký aj v ostatných podpodsystémoch ak uvidíme neskôr.

Všetky matice definičných kalkulov tejto skupiny patria medzi neutrálne matice.

Môžu byť preto definovateľné vo všetkých definičných kalkuloch aj s rôznymi charakteristickými hodnotami v trojhodnotovej logike.

V tomto podpodsystéme definičných kalkulov sa nevyskytujú podmaximálne matice.

Ako príklady rozdielnosti DS dvoch matíc uvedieme dve matice podpodsystému 0zmDg3h tieto základné matice:

Matica 1.

p\q	1	2	3
1	1	1	2
2	3	2	1
3	1	1	3

Matica 1. má DS 13

Matica 2:

p\q	1	2	3
1	1	1	3
2	2	2	1
3	1	1	3

Matica 2. má DS 728 a je v podpodsystéme **0zmDg3h** jednou z maximálnych matíc.

Všimnime si, že štrukturálne zmeny medzi oboma maticami sú minimálne. Preto považujeme označené matice za školu pochopenia chovania sa štruktúr.

Nakoniec musíme podotknúť, že vo všetkých definičných toho podpodsystému kalkuloch, v ktorých ja základná matica maximálna sa dá definovať klasická trojhodnotová konjunkcia a disjunkcia. Teda matice:

$\wedge$ **(123223333)**

$\vee$ **(111122123)**

Čím len potvrdzujeme, že konjunkcia a disjunkcia patria medzi matice, ktoré vytvárajú neutrálne kalkuly a samé sú určite definovateľné v maximálnych neutrálnych kalkuloch. Sú samozrejme definovateľné aj v iných kalkuloch a to v úplných, kde základné matice sú shefferovské, a ešte v kalkuloch podsystému 2zmDg3h ako to ukážeme nižšie.

Všetky definičné kalkuly tohto podpodsystému môžeme nazvať aj **beznegačnými definičnými kalkulmi.** Z jednoargumentových funktorov sa v nich dá definovať len **jednomiestna asercia**.

Podsystém definičných kalkulov s označením 1zmDg2h

Podsystém **1zmDg2h** je tvorený šiestimi podpodsystémami trojhodnotovej logiky a patria doň definičné podpodsystémy, z ktorých každý je tvorený 729 definičnými kalkulmi a my sme ich na CD nosiči označili menami: kde podobne ako vyššie sú hodnoty označením hodnôt diagonály.

Počet **maximálnych matíc** je každom podpodsystéme daný počtom 174. Každá z týchto základných matíc definuje maximum v danom podpodsystéme, teda DS týchto matíc je **2186,** čo je dosť podstatné zvýšenie oproti maticiam s prirodzeným usporiadaním diagonály. Všetky maximálne matice vytvárajú definičné kalkuly v rámci podpodsystému a tie sú v tomto rámci navzájom kvazitoleranciami. Všetky sú tolerantné voči všetkým kalkulom, ktorých základné matice nie sú maximálne.

N každom z týchto podpodsystéme sa však vyskytuje malá skupina matíc, ktoré nie sú maximálnymi maticami, lebo definujú o niekoľko matíc menej, v týchto podpodsystémoch je tento počet 3.

Tieto matice nazveme **podmaximálnymi maticami** a ich definičné kalusy sú samozrejme toleranciami všetkých definičných kalkulov, ktoré majú ako základnú maticu maximálnu maticu. Základné matice týchto systémov popíšeme pri každom podpodsytéme zvlášť. Hodnoty DS uvádzame len pre dvojargumentové matice.

Podmaximálne matice sa nevyskytujú v definičných kalkuloch s prirodzeným usporiadaním pravdivostných hodnôt na diagonále, ale budú sa vyskytovať v rôznych, malých počtoch vo všetkých neskôr uvádzaných podpodsystémoch trojhodnotovej logiky.

Podpodsystém D_113.

Podmaximálne matice sú:

132311113 DS = 2184

123312233 DS = 2185

132111323 DS = 2185

Matice sú zapísané úspornou metódou, tak ako ich zapisuje počítač pri ich generovaní. Inštruktážne zapíšeme do normálnej matice prvú z uvedených takto.

Prvú trojicu hodnôt zapíšeme do prvého vnútorného riadku matice, druhú trojicu do druhého riadku a tretiu trojicu do tretieho riadku matice. Prvá podmaximálna matica má teda reálny tvar:

p\q	1	2	3
1	1	3	2
2	3	1	1
3	1	1	3

Je základnou maticou daného definičného kalkulu s DS 2184. Hodnoty na diagonále zároveň definujú prirodzenú negáciu tohoto definičného kalkulu, teda 1 1 3, čo v praxi znamená:

~ p

1 1

1 2

3 3

Tú istú negáciu, ako prirodzenú pre dané kalkuly, budeme mať vo všetkých 729 definičných kalkuloch tohoto podpodsystému.

Podpodsystém D_121

Jeho podmaximálnymi maticami sú:

132121211 **DS = 2184**

123322231 **DS = 2185**

132223111 **DS = 2185**

Prirodzenou negáciou pre všetky definičné kalkuly tohto podpodsystému sú hodnoty diagonály všetkých základných matíc, 1 2 1, teda :

~	p
1	1
2	2
1	3

Podpodsystém D_122

Jeho podmaximálnymi maticami sú:

122321212 **DS = 2184**

113321222 **DS = 2185**

131123312 **DS = 2185**

Prirodzenou negáciou je pre všetky definičné kalkuly tohto podpodsystému funktor charakterizovaný maticou pre jednoargumentový funktor **1 2 2,** čo je aj v tomto prípade postupnosť hodnôt na diagonále základnej matice.

Podpodsystém D_133

Jeho podmaximálnymi maticami sú:

133331213 **DS = 2184**

112231123 **DS ´2185**

121333213 **DS = 2185**

Prirodzenou negáciou jadnoargumentová matica– funktor

“1 3 3”

Podpodsystém D_223

Jeho podmaximálnymi maticami sú:

212321223	**DS = 2184**
222321133	**DS = 2185**
231123313	**DS = 2185**

Prirodzenou negáciou je jednoargumentový funktor – matica:
2 2 3.

Podpdosystém D_323

Jeho podmaximálnymi maticami sú:

332323213	**DS = 2184**
312221123	**DS = 2185**
333122213	**DS = 2185**

Jeho prirodzenou maticou je funktor, matica: **3 2 3.**

Výskyt podmaximálnych matíc v trojhodnotovej logike je pre nás istým prekvapením, lebo predstavuje určité neočakávané nepravideľnosti, . Máme dve vysvetlenia.

Vznik týchto matíc je zákonitým dôsledkom štrukturalizácie pravdivostných hodnôt trojhodnotovej logiky v označených maticiach trojhodnotovej logiky, lebo existujú aj iné nečakané výnimky, ktoré sú jednoznačne štrukturálneho charakteru.

Vznik týchto matíc je dôsledkom nepresnosti v programe, ktoré generuje matice. Táto možnosť sa nám zdá byť oveľa menej pravdepodobná

Musíme ešte pripomenúť, že jedna zmena na diagonále oproti jej prirodzenému usporiadaniu si posilní definičnú a tým aj deduktívnu silu svojich matíc, to posilnenie však nestačí na to, aby niektorá matice mohla definovať vybranú maticu. To má za následok to, že **v žiadnom logickom kalkule skupiny 1zmDg2h, ktorý vznikne z**

niektorého z týchto definičných kalkulov, sa nedá vytvoriť žiadna tautologická formula. Tieto kalkuly preto nebudú schopné vytvárať logické zákony, len logické pravidlá so vzťahom logického vyplývania.

V žiadnom z definičných kalkulov podsystému <u>1zmDg2h</u> sa nedá definovať ani konjunkcia (∧), ani disjunkcia (∨) s klasicky vymedzenými hodnotami.

V týchto kalkuloch nie sú všetky definovateľné matice neutrálnymi maticami.

Vzhľadom na jednu zmenu na diagonále vytvárajú negácie, ktoré nazveme <u>slabé negácie</u>.

<u>Podsystém definičných kalkulov skupiny 2zmDg1h</u>

Do toho podsystému patria tri podpodsystémy definičných kalkulov:

D_111

D_222

D_333

Ako vo všetkých podsystémoch aj tu sa skladá každý podpodsystém zo 729 definičných kalkulov. Vzhľadom na to, že na diagonále dochádza k dvom zmenám oproti prirodzenému usporiadaniu jej hodnôt, posilňujú sa dva hlavné ukazovatele matice. Podstatne sa zvyšuje DS matíc a maximálne matice dosahujú hodnotu **DS = 6560, a ak pripočítame základnú maticu je to presne tretina všetkých dvojargumentových matíc trojhodnotovej extenzionálnej logiky.**

Každý definičný kalkul v každom podpodsytéme definuje jednu svoju vybranú maticu takto:

D_111 definuje vybranú maticu 111111111

D_222 definuje vybranú maticu 222222222

D_333 definuje vybranú maticu 333333333.

Počet maximálnych matíc je vo všetkých troch podpodsystémoch po **176 a ich DS je ako sme uviedli 6560.**

Počet podmaximálnych matíc je vo všetkých definičných podpodsystémoch 10,

<u>Podpodsystém D_111 podsystému 2zmDg1h definičných kalkulov.</u>

V podpodsystéme D_111 sú podmaximálnymi maticami tieto matice:

113312231	**DS = 6557**
121312231	**DS = 6557**
112311211	**DS = 6559**
113312211	**DS = 6559**
113312221	**DS = 6559**
121311231	**DS = 6559**
121313231	**DS = 6559**
122311321	**DS = 6559**
131311211	**DS = 6559**
133213211	**DS = 6559**

Funkciu prirodzenej negácie všetkých definičných kalkuloch plní jednoargumentový výrokový funktor trojhodnotovej logiky s hodnotami **111.** Je to vlastne funktor jednoargumentové **Verum** trojhodnotovej logiky. Keďže je definovateľný v každom definičnom kalkule tohoto podpodsystému, každý kalkul budovaný pomocou týchto základných matíc, bude môcť vytvárať verratívne tautológie. To umožňuje používať v každom vytvorenom kalkule tejto podpodskupiny axiomatickú deduktívnu metódu, metódu prirodzenej dedukcie a metódu vytvárania analytických tabiel.

Podpodsytém D 222 podsystému 2zmDg1h definičných kalkulov

V podpodsystéme D_222 sa vyskytujú tieto podmaximálne matice:

231122312	**DS = 6557**
231223312	**DS = 6557**
213323212	**DS = 6559**
231223112	**DS = 6559**
231223212	**DS = 6559**
232121132	**DS = 6559**
232122312	**DS = 6559**
232221212	**DS = 6559**
232322212	**DS = 6559**
233122312	**DS = 6559**

Prirodzenou negáciou všetkých definičných kalkulov toho podpodsystému je jendomiestny funktor 222.

Každý definičný kalkul má ako vybranú hodnotu „2“ V kalkuloch sa dajú formulovať polpravdivé tautológie.

Podpodsystém D 333 definičných kalkulov podsystému 2zmDg1h

V podpodsystéme D_333 sa vyskytuje týchto 10 podmaximálnych matíc:

312231133 **DS = 6557**

312231323 **DS = 6557**

312131323 **DS = 6559**

312331323 **DS = 6559**

321331223 **DS = 6559**

322231133 **DS = 6559**

332132113 **DS = 6559**

332231133 **DS = 6559**

332331233 **DS = 6559**

332331313 **DS = 6559**

Prirodzenou negáciou je jednoargumentový funktor 333 a vo všetkých definičných kalkuloch sa dajú vytvárať falzitívne tautológie. Aj tu sú rozdiely v DS v jednotlivých definičných kalkuloch minimálne, vždy v dvoch definičných kalkuloch o tri matice a v ôsmych kalkuloch o jedinú maticu, ale aj tak podmaximálne matice vyvárajú definične neúplné kalkuly a sú toleranciami všetkých kalkulov, ktoré majú ako základnú maximálnu maticu z ich podpodsystémovej skupiny.

Podsystémy definičných kalkulov 2zmDg2h

Do tohto podsystému patria podpodsystémy s označením:

D_112

D_131

D_221

D_233

D_313

D_322

Ako naznačuje označenie, na diagonálach sa vyskytujú dve rovnaké hodnoty, ale len dva zmeny oproti prirodzenému usporiadaniu ich hodnôt. **Každý z definičných kalkulov** týchto podpodsystémov **bude definovať jednu vybranú maticu** a to takú hodnotu, ktorá sa na diagonále vyskytuje dvakrát.

V kalkuloch budovaných na základe definičných kalkulov **D_112 a D_131** je možno formulovať **verratívne tautológie**, v kalkuloch z **D_221 a D_322** to budú **polpravdivé tautológie** a v kalkuloch vytváraných pomocou **D_233 a D_313** to budú **falzitívne tautológie**.

V žiadnom definičnom kalkule tejto podskupiny sa nedá definovať konjunkcia ani disjunkcia.

Dve zmeny na diagonále teda aj tu prinášajú možnosť definovať v každom kalkule jednu vybranú maticu, definičná sila maximálnych matíc aj tu hodnotu **6560** matíc, ale zvyšuje sa počet maximálnych matíc na **336**, čo je najvyššia hodnota pri podpodsystémoch s dvoma zmenami na diagonále matice.

Počet podmaximálnych matíc je v každom definičnom kalkule **5, teda menej ako v predchádzajúcom podsystéme.** Popíšeme ich pri každom príslušnom podpodsytéme definičných kalkulov.

Podpodsystém definičných kalkulov D_112

Počet maximálnych matíc je **336** s DS = **6560** matíc.

Podmaximálne matice sú:

122311112

131111333

131113222

131311122

133111232

Definičná sila u všetkých piatich matíc je **6559.**

Všetky definičné kalkuly definujú vybranú maticu **111111111** a preto majú kalkuly nimi tvorené VH **1.**

Podpodsystém definičných kalkulov <u>D 131</u>

Počet maximálnych matíc je **336** s DS = **6560** matíc.

Podmaximálne matice sú:

112133211

112232111

112333121

122332111

133131211

DS je rovnaká, teda **6559** matíc

Všetky definičné kalkuly definujú vybranú maticu **11111111** a preto majú kalkuly nimi tvorenú VH **1**.

Podpodsystém definičných kalkulov <u>D 221</u>

Počet maximálnych matíc je **336** s DS = **6560** matíc.

Podmaximálne matice sú:

222322331

222323311

223322111

232121221

232322121

Všetky majú DS = **6559**.

Všetky definičné kalkuly podpodsystému definujú vybranú maticu **222222222** a preto majú kalkuly nimi tvorené VH **2**.

Podpodsystém definičných kalkulov D 233

Počet maximálnych matíc je **336** a DS = **6560** matíc.

Podmaximálne matice sú:

211333313

212333113

222133313

223331313

233331223

Všetky majú DS = **6559.**

Všetky definičné kalkuly podpodsystému definujú vybranú maticu **333333333** a preto majú kalkuly nimi tvorené VH **3**.

Podpodsystém definičných kalkulov D 313

Počet maximálnych matíc je **336** s DS = **6560 matíc.**

Podmaximálne matice sú:

323111233

332113233

332313223

333211223

333212233

Všetky majú DS = **6559.**

Všetky definičné kalkuly podpodsystému definujú vybranú maticu **333333333** a preto majú kalkuly nimi tvorené VH **3**.

Podpodsystém definičných kalkulov D 322

Počet maximálnych matíc je 336 s DS = **6560** matíc .

Podmaximálne matice sú:

311221222

322323212

323221212

331121222

333221122

Všetky majú DS = **6559**.

Všetky definičné kalkuly podpodsystému definujú vybranú matice **222222222** a preto majú kalkuly nimi tvorené VH **2**.

Podpodsystémy definičných kalkuloch v kalkuloch podsystémov **0zmDg3h, 1zmDg2h, 2zmDg1h a 2zmDg2h** môžeme nazvať **monotónne kalkuly,** lebo vzhľadom na vlastnosti je v nich malá pestrosť výskytu kalkulových vlastností.

Definičné kalkuly skupiny 0zmDg3h obsahujú len neutrálne matice, kalkuly 1zmDg2h síce zvyšujú DS svojich kalkulov, ale ani jeden definičný kalkul nedefinuje žiadnu vybranú maticu.

Definičné kalkuly podsystémov 2zmDg1h a 2zmDg2h zase všetky definujú nejakú vybranú maticu, a preto všetky ich kalkuly majú formuly s vybranou hodnotou. Ináč povedané, nedá sa v nich definovať ani jedna matica, ktorá by nedefinovala jeden vybraný funktor.

Táto monotónnosť prestáva v nižšie uvádzaných kalkulov.

Všetky základné diagonály kalkulov s dvoma zmenami na diagonále oproti jej prirodzenému usporiadaniu umožňujú definovať negácie, ktoré nazveme **dobré negácie**.

Podsystém definičných kalkulov 2zmDg3h

Podpodsystém definičných kalkulov D 132

Počet maximálnych matíc je **302** s DS = **6560**., teda o niečo menej ako v podsystéme **2zmDg2h**, ale viac ako v podsystéme **2zmDg1h**.

Počet podmaximálnych matíc je 2 a sú to:

113331212

121331212

Obe matice majú DS 6558.

Nie všetky kalkuly sú schopné definovať vybranú maticu. V týchto kalkuloch je vybranou maticou vždy matica s tou hodnotou, ktorou sa na diagonále oproti prirodzenému usporiadaniu nič nezmenilo. Preto v tomto definičnom kalkule je to matica 111111111m, ako to vyplýva úž z označenia podpodsystému. Obe podmaximálne matice definujú túto maticu. Jeden z kalkulov s najnižšou DS, ktorý ešte definuje vybranú maticu je kalkul so základnou maticou 112132112, ktorej DS je 48. Vyskytujú sa však aj kalkuly s oveľa vyššou DS, ktoré však vybranú maticu nedefinujú. Pestrosť oproti monotónnosti sa teda prejavuje v tom, že sa vyskytujú kalkuly s vybranou hodnotou ale aj bez nej. V niektorých kalkuloch, ale v maximálnych a podmaximálnych sa dajú definovať trojhodnotová konjunkcia aj disjunkcia. Prirodzenou negáciou je to matica **132**.

Podpodsystém definičných kalkulov D 213

Počet maximálnych matíc je **302 s DS = 6560.**
Vybranou hodnotou ak je definovateľná, je matica **333333333** je hodnota **3 .**
Počet podmaximálnych matíc je **2** a sú to:
232311133
232311323
Ich definičná sila je **6558**.
Matica s najnižšou DS, ktorá definuje maticu s vybranou hodnotou, je matica (nie je jediná) **213323323** s DS = **48**.
Až na VH platí všetko čo sme povedali o predchádzajúcom podpodsystéme. Prirodzenou negáciou je matica **213**.

Podpodsystém definičných kalkulov D 321

Počet maximálnych matíc je **302** s DS = 6560
Vybranou hodnotou , ak je definovateľná matica **222222222** je hodnota **2**.
Počet podmaximálnych matíc je 2 a sú to:
332122211
332223211
Ich definičná sila je **6558**.
Matica s najnižšou DS, ktorá definuje vybranú maticu je matica **333222221.** Jej DS je **48.**
Prirodzenou negáciou v týchto podpodsystémoch je jednoargumentová matica **321.** Túto negáciu použil vo svojej prvej trojhodnotovej logike zakladateľ teórie viachodnotových logík **Ján Lukasziewicz**. My už vieme, aj keď sú kalkuloch s touto negáciou definovateľné konjunkcia a disjunkcia, nedá sa vytvoriť funkčne úplný

systém logiky, aj keď vraj existuje dôkaz že trojhodnotová logika so základnými termínmi **konjunkcia** a **negácia** vytvára funkčne úplný systém, muselo by ísť o negácie „**231**“ alebo „**312**“, a tie sa v tomto systéme nedajú definovať. Nedá sa definovať ani klasická implikácia, ale len modifikovaná implikácia v tvare **123121111**. Samozrejme nemôžeme porovnávať naše výsledky s výsledkami J. **Lukasziewicza**, lebo ide o úplne iné ciele aj podmienky.

Podsystém definičných kalkulov <u>3zmDg2h</u>

Do toho podsystému patria snáď najzaujímavejšie typy logických kalkulov vzhľadom na početnosť a pestrosť ich vlastností. Patria sem **podpodsystémy** definičných kalkulov:

D-211

D_212

D_232

D_311

D_331

D_332

Počet maximálnych matíc je vo všetkých podpodsystémoch **381,** čo je vysoký počet, lebo všetky maximálne matice sú **shefferovské**, čo predstavuje vo všetkých šiestich podpodsystémoch 6 krát 381, teda **2286** shefferovských matíc.

Počet podmaximálnych matíc je v každom podpodsystéme 8 a ich **DS** sa pohybuje **19679**. **19658** a **1968**. Ich matice uvedieme pri každom podpodsystéme.

Veľmi zaujímavé sú matice, ktoré nazveme **podivné.** Je to skupina matíc, ktorá sa vyskytuje v každom podpodsystéme v štyroch skupinách. Ich podivnou vlastnosťou je to, že pri veľmi malých definičných silách definujú všetky vybrané matice. Ide preto o neúplné, v podstate slabé systémy, ale schopné vytvárať kalkuly, v ktorých sa vyskytujú verratívne, polpravdivé aj falzitívne tautológie. Ich definičné sily sú **80, 206, 332 a 524** matíc. Jednotlivé matice uvedieme pri popise jednotlivých podpodsystémoch.

Existujú aj matice, ktorých DS je 16, v ich výsledných hodnotách sa vyskytujú len hodnoty **pravda** a **nepravda**, pričom jednoznačne je v nich obsiahnutú celá klasická logika . Všetky tautológie klasickej logiky sú totiž zároveň tautológiami týchto logík, a sú v nich definované všetky funktory klasickej dvojhodnotovej logiky. Aj tieto matice uvedieme pri popise jednotlivých podpodsystémoch.

Ďalšou podivnou vlastnosťou celého podsystému definičných kalkulov je to, že niektoré základné matice v definičných kalkuloch nedefinujú žiadnu vybranú maticu, preto vytvárajú **kalkuly bez tautológií**.

V tomto podsystéme definičných kalkulov sa nevyskytujú ako základné matrice, ktoré by definovali jedinú vybranú maticu. Ak totiž definujú vybranú maticu, potom definujú buď **dve vybrané matrice**, alebo všetky tri vybrané matice trojhodnotovej logiky. Počet matíc definujúcich dve vybrané matice je dosť vysoký, preto čitateľa odkazujeme na priložené CD, ktoré tvorí prílohu publikácie, a na ktorom sú uvedené všetky definície trojhodnotovej logiky a usporiadané prehľadným spôsobom. Niektoré zvláštne skupiny definičných kalkulov sú uvedené samostatne, aby sme ich ľahšie prezentovali.

Z uvedeného je jasné, že ide o podsystém definičných kalkulov a tým aj o možnosti vytvárania kalkulov trojhodnotovej logiky s veľmi rôznorodými vlastnosťami. To všetko spôsobuje zvláštne rozdelenie hodnôt na diagonálach týchto matíc, ktoré **sú oproti prirodzenému usporiadanie zmenené na všetkých miestach, ale vyskytujú sa na nich len dve hodnoty.**

Vzhľadom na uvedenú pestrosť a neočakávanosť výsledkov by sme aj celý podsystém mohli nazvať **podivný**.

Podpodsystém definičných kalkulov D_211

Počet **maximálnych matíc** podpodsystému **D_211** je **381.**
Počet **podmaximálnych matíc** je **8** a sú to tieto matice:

231113111	**DS = 19679**
231212321	**DS = 19680**
232211121	**DS = 19680**
213313331	**DS = 19681**
222311111	**DS = 19681**
222313331	**DS = 19681**
223312331	**DS = 19681**
232212131	**DS = 19681**

Podivné matice tohto podpodsystému sú tvorené skupinami:

222311311	**DS = 80**
233211211	**DS = 80**
233311311	**DS = 80**
223311311	**DS = 206**
233211311	**DS = 206**
222311211	**DS = 332**
232211211	**DS = 332**
232311311	**DS = 332**
233311211	**DS = 332**
223311211	**DS = 524**

232211311 **DS = 524**

232311211 **DS = 524**

Vo všetkých neúplných definičných kalkuloch podivných matíc sú definovateľné všetky vybrané matice trojhodnotovej extenzionálnej logiky. Možno v nich preto vytvárať všetky typy logických kalkulov, Podobne to bude aj u ostatných podivných maticiach tejto podsystému.

Podpodsystém definičných kalkulov D_212

Počet **maximálnych matíc** podpodsystému D_212 je **381.**

Počet **podmaximálnych matíc** je 8 a sú to matice:

223312222 **DS = 19679**

211312132 **DS = 19680**

212311122 **DS = 19680**

211311322 **DS = 19681**

211311322 **DS = 19681**

232111222 **DS = 19681**

233111332 **DS = 19681**

233213332 **DS = 19681**

Podivné matice tohto podpodsystému sú tvorené skupinami:

212313212 **DS = 80**

232111232 **DS = 80**

232313232 **DS = 80**

212313232 **DS = 206**

232113232 **DS = 206**

212311211 **DS = 332**

232111212 **DS = 332**

232311232 **DS = 332**

232313212	**DS = 332**
212311232	**DS = 524**
232113212	**DS = 524**
232311212	**DS = 524**

Podpodsystém definičných kalkulov <u>D 232</u>

Počet maximálnych matíc toho definičného podpodsystému je **381** shefferovských matíc s DS 19682

Počet **podmaximálnych matíc** je 8 a sú to tieto matice:

222231122	**DS = 19679**
213231332	**DS = 19680**
223331232	**DS = 19680**
211132112	**DS = 19681**
211133312	**DS = 19681**
211333112	**DS = 19681**
221331332	**DS = 19681**
222333212	**DS = 19681**

Podivné matice tohto podpodsystému sú tvorené skupinami:

212131212	**DS = 80**
212333212	**DS = 80**
232131212	**DS = 80**
212131232	**DS = 206**
212133212	**DS = 206**
212331212	**DS = 332**
232131212	**DS = 332**
232331232	**DS = 332**
232333212	**DS = 332**
212331232	**DS = 524**

232133212 **DS = 524**

232331212 **DS = 524**

Podpodsystém definičných kalkulov D_311

Počet **maximálnych matíc** podpodsystému je **381** s DS **19682**.

Počet **podmaximálnych matíc** je **8** a sú to matice:

312111121 **DS = 19679**

312213331 **DS = 19680**

332113311 **DS = 19680**

321212221 **DS = 19681**

323212231 **DS = 19681**

332112331 **DS = 19681**

333111211 **DS = 19681**

333212221 **DS = 19681**

Podivné matice sú tvorené nasledujúcimi skupinami:

322211211 **DS = 80**

322311311 **DS = 80**

332211211 **DS = 80**

322211311 **DS = 206**

323211311 **DS = 206**

322311211 **DS = 332**

332211211 **DS = 332**

332311311 **DS = 332**

333311121 **DS =332**

323311211 **DS = 524**

332211311 **DS = 524**

332311211 **DS = 524**

Podpodsystém definičných kalkulov <u>D 331</u>

Počet **maximálnych matíc** je **381** s DS **19682**. Ide preto o shefferovské matice.

Počet **podmaximálnych matíc** je **8** a sú to tieto matice:

323333231	**DS = 19679**
311132231	**DS = 19680**
331131211	**DS = 19680**
311233211	**DS = 19681**
312232121	**DS = 19681**
322232111	**DS = 19681**
322232321	**DS = 19681**
332333111	**DS = 19681**

Podivné matice tohto podpodsystému sú uvedené v týchto skupinách:

331331221	**DS = 80**
332332111	**DS = 80**
332332221	**DS = 80**
331332221	**DS = 206**
332332121	**DS =206**
331331211	**DS = 332**
332331111	**DS = 332**
332331221	**DS = 332**
332332211	**DS = 332**
331332211	**DS = 524**
332331121	**DS = 524**
332331211	**DS = 524**

Podpodsystém definičných kalkulov D_332

Počet **maximálnych matíc** toho podpodsystéme je **381** s DS **19682**

Počet **podmaximálnych matíc** je **8** a sú to tieto matice:

333133312	**DS = 19679**
321232312	**DS = 19680**
323332212	**DS = 19680**
311131132	**DS = 19681**
311131222	**DS = 19681**
311231122	**DS = 19681**
313232212	**DS =19681**
333232212	**DS = 19681**

Podivné matice podpodsystému sú tvorené nasledujúcimi skupinami:

331331112	**DS = 80**
331331222	**DS = 80**
332332112	**DS = 80**
331331122	**DS = 206**
331332112	**DS = 206**
331331212	**DS =332**
332331112	**DS = 332**
332331222	**DS = 332**
332332212	**DS = 332**
331332212	**DS = 524**
332331122	**DS = 524**
332331212	**DS = 524**

Všetky matice s tromi zmenami, ale s dvomi hodnotami na diagonále definujú negácie, ktoré sme nazvali **silné negácie**.

Podsystém definičných kalkulov 3zmDg3h

Podpodsystém definičných kalkulov D_231

Počet maximálnych matíc je **711** a definičná sila každej je **19682** definovaných matíc.

Počet podmaximálnych matíc je **9** a sú to:

211333121	**DS = 19679**
222133331	**DS = 19679**
223232111	**DS = 19679**
211132131	**DS = 19681**
212333131	**DS = 19681**
213233331	**DS = 19681**
221232321	**DS = 19681**
221332111	**DS = 19681**
222233311	**DS = 19681**

Počet neproduktívnych matíc : **9**

222333111	**DS = 5**
231231231	**DS = 5**
213132321	**DS = 8**
211232331	**DS = 26**
212332311	**DS = 26**
221233131	**DS = 26**
223133121	**DS = 26**
232331211	**DS = 26**
233131221	**DS = .26**

Podpodsystém definičných kalkulov D_312

Počet maximálnych matíc je: **711** matíc s DS **19682**, aj tu sú všetky matice shefferovské.

Počet podmaximálnych matíc je 9 a sú to:

311113222	**DS = 19679**
323111332	**DS = 19679**
333212122	**DS = 19679**
311112132	**DS = 19681**
313111232	**DS = 19681**
313213332	**DS = 19681**
321212322	**DS = 19681**
331112222	**DS = 19681**
333211322	**DS = 19681**

Počet neproduktívnych matíc je **9** a sú to:

312312312	**DS = 5**
333111222	**DS = 5**
321213132	**DS = 8**
311212332	**DS = 26**
313112322	**DS = 26**
322313112	**DS = 26**
323113122	**DS = 26**
331211232	**DS = 26**
332311212	**DS = 25**

Počet **maximálnych matíc** je ako vidíme v každom **podpodsystéme** vo všetkých **podsystémoch** rovnaký a mení sa po skupinách, na základe zmien, ktoré sa prejavujú postupne na diagonálach oproti ich prirodzenému usporiadaniu hodnôt. U matíc s prirodzeným usporiadaním hodnôt diagonály bolo maximum matice

DS = 728 a počet maximálnych matíc je **84**. Definičná sila podpodsystému vyjadrená v bitoch je **1648** kb.

Diagonála s jednou zmenou oproti prirodzenému usporiadaniu hodnôt, teda v podpodsystémoch D-113, D_121, D_122, D_133, D_223 a D_323 zvýšila maximum DS na **2186** a počet maximálnych matíc sa zvýšil na **174.** To v každom podpodsystéme predstavuje hodnotu **9173** kb.

Dve zmeny na diagonále zvýšili maximum DS na 6560 a počet maximálnych matíc sa menil podľa charakteru zmien na diagonále, teda v podpodsystémoch **D_111, D_222 a D_333** (dve zmeny, ale s jednou hodnotou ma diagonále) dosiahlo počet maximálnych matíc na **176** a v bitoch to je vždy **27716** kb.

Dve zmeny na diagonále, ale s tromi rôznymi hodnotám, teda **D_132, D_213 a D_321** dosiahli počet maximálnych matíc na **302,** čo v bitoch predstavuje na každý podpodsystém **43327 kb.** .

Dve zmeny na diagonále ale s dvoma hodnotami na diagonále, teda D_112, D_131, D_221, D_233, D_313 a D_322 dosiahli počet **336** maximálnych matíc a vyjadrené v bitoch je to 48142 kb.

Tri zmeny na diagonále ale s dvomi hodnotami na nej, to je podpodsystémy D_211, D_212, D_232, D_311, D_331 a D_332 dosiahli počet maximálnych matíc, všetky so shefferovskými vlastnosťami, je **381,** ale v bitoch to predstavuje hodnotu **158770 kb** .

Tri zmeny na diagonále ale s tromi hodnotami, teda v podpodsystémoch D_231 a D_312 dosiahol počet maximálnych matíc **711** a všetky so shefferovskými vlastnosťami. Hodnota DS v bitoch predstavuje **276888** kb.

Tento vzostup hodnôt definičných síl jednoznačne potvrdzuje naše tvrdenie, že **diagonála matice je jej jadrom a jednoznačne**

určuje jej podstatné vlastnosti, to značí počet definovaných matíc a možnosť definovať vybranú maticu.

Počet všetkých shefferovských matíc v trojhodnotovej logike dosahuje úctyhodných 4708 matíc, čo v percentách predstavuje 23,92%. Definičná sila každej z týchto matíc je **19682,** ak k ním pripočítame **základnú maticu** ide o 19683 matíc, čo je počet všetkých dvojargumentových matíc trojhodnotovej logiky. Počet definovaných jednoargumentových funktorov je každom definičnom kalkule **27**. Každá z týchto **4708** matíc je preto **shefferovskou maticou** a vytvára preto **úplný definičný kalkul trojhodnotovej extenzionálnej logiky.**

Tri zmeny na diagonálach spolu s tromi rôznymi hodnotami spôsobujú, že tieto matice sú definitoricky najsilnejšie, preto negácie, ktoré sú definovateľné pomocou diagonál základných matíc nazveme **dokonalé negácie.**

Ale z toho, čo sme o vlastnostiach týchto matíc uviedli vieme, že napriek veľkej definičnej sile sa práve v tejto skupine nachádzajú neproduktívne matice, ako aj skupiny podmaximálnych matíc.

Každá z týchto matíc môže preto zároveň vytvoriť:

Všetky i kalkuly teda spolu 9 budú funkčne úplné a tvoria **príbuzenstvo kalkulov**, lebo majú jedinú definičnú bázu, ktorou, je úplný definičný kalkul, a ktorého základným termínom je vždy shefferovská matica.

Z tohto poznatku ďalej vyplýva, že z jedinej matice vytvárame odvodzovacie pravidlá pre deväť logických , funkčne úplných . kalkulov, a keďže každá matica definuje všetky tri vybrané matice, môžeme nové kalkuly vytvárať:

a. Verratívny, funkčne úplný deduktívny systém

1. axiomatickou deduktívnou metódou

2. **metódou prirodzenej dedukcie**
3. **metódou vytvárania smullyanovských analytických tabiel.**

b. **<u>Polpravdivý</u> funkčne úplný deduktívny systém**

1. **axiomatickou deduktívnou metódou**
2. **metódou prirodzenej dedukcie**
3. **metódou vytvárania smullyanovských analytických tabiel.**

c. **<u>Falzitívny</u> funkčne úplný deduktívny systém**

1. **axiomatickou deduktívnou metódou**
2. **metódou prirodzenej dedukcie**
3. **metódou vytvárania smullyanovských analytických tabiel.**

Vo funkčne úplných kalkuloch sú preto všetky tri deduktívne metódy **logicky ekvivalentné** a vytvárajú preto **kvazitolerancie**. Skupiny **a., b., c**., teda príbuzenstvo kalkulov však nie sú kvazitoleranciami.

Kvazitoleranciami sú ale všetky **<u>úplné</u>**:

a. **verratívne kalkuly trojhodnotovej logiky**
b. **polpravdivé kalkuly trojhodnotovej logiky**
c. **falzitívne kalusy trojhodnotovej logiky.**

Každá skupina preto predstavuje 4708 kvazitolerantných kalkulov.

V definične neúplných kalkuloch tomu tak nie je. Funkčne neúplné kalkuly nemôžu vyvárať axiomatickú metódu v tých kalkuloch, v ktorých nie je príslušná **charakteristická hodnota** zároveň **vybranou hodnotou**, alebo inakšie kalkuly nemôžu vytvárať axiomatickú metódu, ak ich **definičný kalkul** nedefinuje príslušnú vybranú maticu. Kvazitoleračné a tolerančné vzťahy sú potom prípad od prípadu rôzne, alebo aspoň popísateľné rôznym spôsobom.

V **dvojhodnotovej** klasickej logike **Shefferov** a **Niccodov** sú matice, ktoré vytvárajú po jednom definičnom kalkule, ktoré sú oba **definične úplné**.

Pomocou každého, definične úplného kalkulu môžeme vytvoriť dva deduktívne, **funkčne úplné kalkuly**.

Jeden s charakteristickou a zároveň **vybranou hodnotou pravda**, ktorý nazveme deduktívny, funkčne úplný **<u>verratívny</u> kalkul** klasickej logiky.

Druhý s charakteristickou a zároveň **vybranou hodnotou nepravda**, ktorý nazveme deduktívny, funkčne úplný **<u>falzitívny</u> kalkul** klasickej logiky.

Obidva kalkuly majú ako základný termín jednu shefferovskú maticu, z nej vytvorený úplný definičný kalkul, ale dva deduktívne kalkuly, ktoré tvoria príbuzenstvo kalkulov. Aj v dvojhodnotovej logike môžeme vytvárať deduktívne kalkuly **axiomatickou metódou**, **metódou prirodzenej** dedukcie a **vytváraním analytických tabiel**, ak sú ich základom definične úplné kalkuly, ktorých základom je **shefferovská matica.**

Matica **implikácie** vytvára **definične neúplný kalkul**. Tento definičný kalkul vytvára tiež príbuzenstvo kalkulov, ale jeden, verratívny kalkul, bude mať vybranú hodnotu a bude vyvárať verratívne tautológie, jeho príbuzný kalkul bude vychádzať z toho istého definičného kalkulu, bude mať charakteristickú hodnotu nepravda, ale nebude mať túto hodnotu ako vybranú, len ako charakteristickú .

Ak má nejaký **kalkul ako základnú**, niektorú vybranú maticu, nebude vytvárať príbuzenstvo kalkulov.

Myslím, že týmto sa stáva zrejmým tvrdenie, že príbuzenstvo kalkulov nevytvára vzťahy tolerancie, ani kvazitolerancie voči príbuzným kalkulom.

Počet príbuzných kalkulov je preto závislý na počte zvolených hodnôt kalkulu a počet kalkulov s tautológiami je závislý na počte definovaných vybraných matíc v danom definičnom kalkule.

Funkčne úplné kalkuly budované rôznou metódou dedukcie, ak majú rovnakú vybranú hodnotu, však sú však kvazitoleranciami.

Na tomto mieste považujeme za dôležité pouvažovať nad vzťahmi medzi jednorgumentovými a dvojargumentovými funktormi. Nebudeme zabiehať do detailov, ale budeme sa snažiť ostať na čo najvšeobecnejšej úrovni.

Každá označená matica trojhodnotovej logiky má svoju diagonálu a táto diagonála predstavuje hodnoty jej základného jednoargumentového funktora.

Čitateľ si už zrejme všimol, že kalkuly vytvárame vždy na báze jednej dvojargumentovej matice. Dôvod je jednoduchý. Keď vieme, že existujú shefferovské funktory je pochopiteľne jasné, že jednoargumentové funktory sa dajú definovať. Jednoargumentové funktory sú však definovateľné každou maticou, ak ju vyberieme ako základný termín. Rozdiel bude len definičnej sile matice. Pre jednoargumentové matice (funktory).

Na priloženom CD si čitateľ nájde príslušné definície jednoargumentových matíc. V troch súboroch, kde sú spoločne označené menom „**Male**“. Čitateľ veľmi ľahko pochopí spôsob ich čítania pomocou klávesy „$\mathbf{F_3}$“. Predsa len na niektoré špeciálne vlastnosti upozorníme.

Všetky definície sa týkajú len podskupiny symetrických matíc trojhodnotovej logiky, teda časti 729 matíc, lebo práve toľko symetrických matíc a vyskytuje v trojhodnotovej logike. To je spôsobené tým, že pôvodný program, kde sme mohli samostatne definovať jednoargumentových matíc, vychádzal z programu pre definovanie symetrických dvojargumentových matíc, a ktorý bol spracovaný jedným programátorom. Program bol však dosť pomalý a pre nástupom počítačov „Pentium“ aj ťažko realizovateľný, našli sme po čase mladého, nadaného programátora, ktorý nám síce urobil univerzálny program, ale len na dvojargumentové matice. Podľa našich skúseností, však množina symetrických matíc je dostatočne reprezentatívna na prijímanie záverov pre všetky matice. Na vytvorenie dodatočného programu už neboli ani finančné prostriedky, lebo fakulta z rôznych, nám niekedy neznámych dôvodov, prestala dotovať náš výskum.

Vráťme sa však k úvahám o vzťahu jednoargunetových a dvojargumentových matíc. Definičné početnosti pre jednomiestne matice budeme uvádzať podľa typov negácií, ktoré sme zaviedli. Kde to bude nutné, budeme analyzovať aj podpodsystémy.

<u>Beznegačné</u> definičné kalkuly

sú definované maticami, ktoré majú na diagonále prirodzené usporiadanie hodnôt.

Všetkých 729 definičných kalkulov definuje jediný jednoargumentový funktor a to <u>jednomiestnu aserciu</u>.

Definičné kalkuly so <u>slabou negáciou.</u>

Patria tu kalkuly **: D_113**

D_121

D_122

D_133

D_223

D_323

V každom definičnom kalkule je 27 symetrických matíc
a jednoargumentové funktory sú v nich definované takto:
V deviatich prípadoch je definovaný jeden funktor.
V trinástich prípadoch sú definované dva funktory.
V piatich prípadoch je definovaných päť funktorov.

Definičné kalkuly s dobrou negáciou.

V tejto skupine musíme zohľadniť aj počet hodnôt na diagonále, lebo táto vlastnosť sa prejavuje v v rôznych typoch jednomiestnych matíc.

2zmDg3h

Patria sem:

D_132

D_213

D_321

V každom definičnom symetrickom kalkule sú definované:
Trikrát sú definované tri matice.
Osemnásťkrát sú definované štyri matice.
Šestnásťkrát je definovaných deväť matíc.

2zmDg1h

Patria sem:

D_111

D_222

D_333

V každom z týchto symetrických kalkulov sú definované:

Trikrát jedna matica.

Pätnásťkrát dve matice.

Trikrát tri matice.

Dvakrát štyri matice.

Dvakrát šesť matíc.

Dvakrát deväť matíc.

2zmDg2h

Patria sem :

D_112

D_131

D_221

D_233

D_313

D_322

V každom z týchto symetrických definičných kalkulov sú definované:

Štyrikrát dve matice.

Šesťkrát tri matice.

Štyrikrát štyri matice.

Štyrikrát šesť matíc.

Deväťkrát deväť matíc.

Definičné kalkuly so <u>silnou negáciou</u>.

Patria sem symetrické definičné kalkuly:

D_211

D_212

D_232

D_311

D_331

D_332

Vo všetkých týchto definičných kalkuloch sú definované:

Dvakrát štyri funktorov.

Raz šesť funktorov.

Šesťkrát osem funktorov.

Raz deväť funktorov.

Dvanásťkrát deväť funktorov.

Raz pätnásť funktorov.

Sedemkrát dvadsaťsedem funktorov.

Definičné kalkuly s dokonalou negáciou.

Do tejto skupiny patria definičné kalkuly:

D_231

D_312

V týchto definičných kalkuloch sú definované matice:

Trikrát tri matice

Dvadsaťštyrikrát dvadsaťsedem matíc.

Počty, tak ako sme ich uviedli, súhlasia, ale v rôznych kalkuloch to spravidla sú rozdiely v umiestení pravdivostných hodnôt, teda o rôzne jednomiestne matice. a tým aj funktory. Pri definovaní deviatich jednomiestnych f matíc ide spravidla o maximálne matice s jednou vybranou hodnotou a s **definičnou silou 6560**. Môžu to však byť aj niektoré podmaximálne matice.

U matíc počtom definovaných matíc 27, ide o shefferovské matice, poprípade ich podmaximálne matice.

Podrobnosti nájde čitateľ, ako sme to už povedali na priloženom CD.

Takto ponímaná trojhodnotová logika ponúka aj niektoré aplikácie, nad ktorými sme sa doposiaľ nezamýšľali

Na tomto mieste sa mienime vrátiť k predchádzajúcim úvahám problematiky paradoxov, ktorú sme načrtli už vyššie. Tam sme uvažovali o tom, že paradox by mohol mať priradenú ako pravdivostnú hodnotu, hodnotu imaginárneho čísla **„i" .** Odpadli by úvahy o tom, či paradox má dve hodnoty, alebo žiadnu hodnotu, v oboch prípadoch s nim nemôžeme totiž prevádzať logické operácie výrokovej logiky, lebo nedostávame jednoznačné výsledky. , alebo nedostaneme žiadny výsledok, lebo ak nemá pravdivostnú hodnotu, tiež nie je výrokom. Imaginárna hodnota je jednou zo zvolených hodnôt, ale tým získavame v uvažovanej logike tri zvolené hodnoty, čo nám umožňuje použiť pravidlá tejto logiky. Jedným z východísk je uvedená **základná matica**:

:

p\q	1	i	0
1	**0**	0	**0**
i	0	1	1
0	**0**	1	**1**

Táto matica trojhodnotovej logiky má ako jednu zo zvolených hodnôt, hodnotu **„i".** Táto hodnota sa ale neobjavuje v žiadnom poli vo vnútri matice. Výsledky všetkých operácií pomocou funktora, ktorý je touto maticou charakterizovaný sú však klasicky dvojhodnotové.. Matica má definičnú silu **15**. Jej prirodzenou negáciou je jej diagonála, teda matica **011** a definovanými by boli ešte matice **111, 100** a **000** . Teda ani v jednoargumentových funktoroch by sa neobjavila imaginárna hodnota, ako výsledok definovania. Spolu so základnou Maticou tak dostávame šestnásť matíc, ktoré tu uvádzame v čiastočne upravenej podobe, aby sme zvýraznili vzťah týchto matíc k dvojhodnotovej logike, ale zároveň si všimnime možnosti definovania jednoargumentových funktorov, podľa hodnôt na diagonálach definovaných matíc. Tie nám naznačujú, prečo nie je nutné prijímať jednomiestne funktory ako základné pojmy.:

Matica

1

p\q	1	i	0
1	**1**	1	**1**
i	1	1	1
0	**1**	1	**1**

2

p\q	1	i	0
1	**1**	1	**1**
i	1	0	0
0	**1**	0	**0**

3

p\q	1	i	0,,
1	**1**	1	**1**
i	0	1	1
0	**0**	1	**1**

4

p\q	1	i	0
1	**1**	1	**1**
i	0	0	0
0	**0**	0	**0**

5

p\q	1	i	0
1	**1**	0	**0**
i	1	1	1
0	**1**	1	**1**

6

p\q	1	i	0
1	**1**	0	**0**
i	1	0	0
0	**1**	0	**0**

7

p\q	1	i	0,,
1	**1**	0	**0**
i	0	1	1
0	**0**	1	**1**

8

p\q	1	i	0
1	**1**	0	**0**
i	0	0	0
0	**0**	0	**0**

9

p\q	1	i	0
1	**0**	1	**1**
i	1	1	1
0	1	1	**1**

10

p\q	1	i	0
1	**0**	1	**1**
i	1	0	0
0	**1**	0	**0**

11

p\q	1	i	0
1	**0**	1	**1**
i	0	1	1
0	**0**	1	**1**

12

p\q	1	i	0
1	**0**	1	**1**
i	0	0	0
0	**0**	0	**0**

13

p\q	1	i	0
1	**0**	0	**0**
i	1	1	1
0	**1**	1	**1**

14

p\q	1	i	0
1	**0**	0	**0**
i	1	0	0
0	**1**	0	**0**

15

p\q	1	i	0,,
1	**0**	0	**0**
i	0	1	1
0	**0**	1	**1**

Zákl. matica

16

p\q	1	i	0
1	**0**	0	**0**
i	0	0	0
0	**0**	0	**0**

Základná matice vytvára definičný kalkul trojhodnotovej logiky, v ktorom sú definované dve vybrané matice. matica pre hodnotu „**1**“ a matica pre hodnotu“ „**0**“. Pomocou tejto matice môžeme preto vytvoriť dva neúplné kalkuly trojhodnotovej logiky a to je verratívny kalkul“ aj „falzitívny kalkul.“. Kalkul pre hodnotu **„**i“ bude prázdny, lebo táto hodnota nie je definovaná v žiadnej matici definičného kalkulu.

Základné pravidlá pre vytváranie analytických tabiel uvedeného kalkulu budú mať nasledujúcu podobu:

T (A o B)

---

i(A o B)

---

†

F(A o B)

TA **TB**	**TA** **iB**	**TA** **FB**	**iA** **TB**	**FA** **TB**

iA	iA	FA	FA
iB	FB	iB	FB

Symbol **"†"** značí, že funkcia i(**A o B**) nie je v tomto kalkule vytvorená**,** ale ako hodnota sa podieľa pri vytváraní analytických tabiel.

Druhotné odvodzovacie pravidlá tohto kalkulu sú vytvoriteľné jednoduchým spôsobnom pomocou definovaných matíc.

V tomto kalkule budú všetky verratívne tautológie klasického dvojhodnotového kalkulu tiež verratívnymi tautológiami a tak isto to bude aj s falzitívnymi tautológiami. Klasický dvojhodnotový logický kalkule preto v uvádzanom kalkule obsiahnutý. To dokazuje aj sústava označených matíc, ktorá vznikla tak, že sme do prázdnych označených matíc doplnili hodnoty, ktoré boli v maticiach trojhodnotového kalkulu označené zvýrazneným spôsobom. Tak vznikli všetky matice dvojhodnotového kalkulu, a keďže sú tam uvedené aj obe shefferovské matice , kalkul je úplný, lebo všetky jednoargumentové funktory sú definovateľné pomocou uvedených dvojargumentových matíc.

V_2 v ← ◃

p\q	1	0
1	1	1
0	1	1

p\q	1	0
1	1	1
0	1	0

p\q	1	0
1	1	1
0	0	1

p\q	1	0
1	1	1
0	0	0

→ ◃ ↔ ∧

p\q	1	0
1	1	0
0	1	1

p\q	1	0
1	1	0
0	1	0

p\q	1	0
1	1	0
0	0	1

p\q	1	0
1	1	0
0	0	0

$\uparrow$ $\quad$ $\nleftrightarrow$ $\quad$ $\nleftarrow$ $\quad$ $\nrightarrow$

p\q	1	0
1	0	1
0	1	1

p\q	1	0
1	0	1
0	1	0

p\q	1	0
1	0	1
0	0	1

p\q	1	0
1	0	1
0	0	0

$\uparrow$ $\quad$ $\nleftrightarrow$ $\quad$ $\downarrow$ $\quad$ $\mathbf{F_2}$

p\q	1	0
1	0	0
0	1	1

p\q	1	0
1	0	0
0	1	0

p\q	1	0
1	0	0
0	0	1

p\q	1	0
1	0	0
0	0	0

Presne takéto vlastnosti majú, ak ich vyberieme ako **základné,** ešte matice trojhodnotovej logiky s imaginárnou hodnotou jedného výroku, ktorá sa však vo vyhodnotení nikdy neprejaví.. Ide o definičné kalkuly podobné predchádzajúcemu:

a

p\q	**1**	**i**	**0**
1	**0**	**1**	**1**
i	**1**	**1**	**1**
0	**1**	**1**	**1**

b

p\q	**1**	**i**	**0**
1	**0**	**0**	**1**
i	**0**	**0**	**1**
0	**1**	**1**	**1**

c

p\q	**1**	**i**	**0,,**
1	**0**	**0**	**0**
i	**0**	**0**	**0**
0	**0**	**0**	**1**

Netvrdíme, že to čo sme teraz prezentovali je jediným riešením pre uznanie paradoxov ako výrokov, ale ako jedno z možných východísk snáď stojí za úvahu. Trojhodnotová logika ponúka aj iné riešenia.
Ak by sme napríklad zvolili v náhodne vybranej shefferovskej matici:

p\q	**1**	**2**	**3**
1	**2**	**3**	**3**
2	**3**	**1**	**1**
3	**3**	**3**	**1**

Ak zmeníme v označení matice za hodnotu „2“, hodnotu „i“ , a za hodnotu „3“, hodnotu „0“, dostaneme shefferovskú maticu :

p\q	**1**	**i**	**0**
1	**i**	**0**	**0**
i	**0**	**1**	**0**
0	**0**	**0**	**1**

Táto matice môže vytvoriť definične úplný kalkul trojhodnotovej logiky. Tým pádom sa môže stáť základnou maticou pre príbuzenstvo kalkulov“:

verratívneho,

imaginárneho

falzitívneho,.

Všetky budú funkčne úplné a základné pravidla pre ich vytváranie formou vytvárania smullyanovských tabiel budú mať tvar:

T (A o B)	
iA	FA
iB	FB

i(A o B)	
TA	TB

F(A o B)					
TA	TA	iA	iA	FA	FA
IB	FB	TB	FB	TB	iB

Vo **verratívnom kalkule** budú tably uzatvárané pre verratívne tautológie pri pravidlách so základným označením **i(A o B)** a **F(A o B),** v **imaginárnom kalkule** to bude pri základnom označení **T(A o B) a F(A o B)** a vo **falzitívnom kalkule** to bude pri základnom označení **T(A o B) a i(A o B).**

Podobným spôsobom môžeme pracovať aj s ľubovoľným neúplným kalkulom trojhodnotovej logiky, podľa výberu, ktorý môže byť aj účelový, a ktorý nám môže pomôcť riešiť niektoré problémy logickej teórie namiesto popisných postupov, maticovo formálnou metódou.

Kvôli možnosti rozšíriť naše úvahy uvedieme ešte jeden shefferovský kalku trojhodnotovej logiky so základnou maticou tvaru:

p/q	**1**	**2**	**3**
1	**2**	**3**	**3**
2	**3**	**1**	**2**
3	**3**	**2**	**1**

Základná matica

Takto usporiadaná matica vytvára kalkul, kde sú všetky hodnoty vybrané. Je v ňom definovateľných všetkých 27 jednoargumentových funktorov. Tieto funktory vyjadríme len pomocou definiensov definícií. Hodnoty funktorov budú v tabuľke vyjadrené pre každý funktor a symbolmi funktorov budú, ako sme už skôr stanovili, len ich poradové čísla. Za symbol základného funktora zvolíme "/ "..

Základným pravidlom pre vytváranie analytických tabiel bude pravidlo (namiesto **1** zapíšeme **T**, resp. **2/N** a namiesto **3/F**):

T (A / B)	
N A	**F A** ;
N B	**F B**

N (A / B)		
T A	**N A**	**F A** ;
T B	**F B**	**N B**

F (A / B)			
T A		**T B**	
N B	**T B**	**N A**	**F A**

Pravidlo máme jedno, ale je použiteľné pre **tri kalkuly príbuzenstva kalkulov**..

Pre verratívne vyplývanie vytvoríme dve tably. Skúmanú formulu pre prvú tablu označíme hodnotením **N a** druhú vytváranú tablu začneme označením **F. Ak budú po vyhodnotení obe tably uzavreté, skúmaná formula je verratívne tautologická.**

Pre polpravdivé vyplývanie vytvoríme tiež dve tably, ale východziu formulu pre prvú tablu označíme hodnotou **T** a druhú formulu hodnotou **F. Ak budú obe tably uzavreté, skúmaná formula je polpravdivo tautologická.**

Pre falzitívne vyplývanie budú e skúmaná formula označená raz **T** a druhýkrát hodnotou **N. Ak budú obe tably uzavreté, formula je falzitívne tautologická..**

Každá tautologická formula môže byť uzavretá len vo dvoch tablách.

Jedna formula, ktorá vytvorí uzavretú tablu len v jednom z možných prípadoch nie je tautologická.

Jednej formule nemôžu byť priradené dve tautologické hodnoty.

V takom prípade by vzniklo podozrenie, že ide **o paradoxnú formulu a východiskom by bolo priradiť jej imaginárnu hodnotu.**

V týchto prípadoch určite nevzniká otázka, či ide o kalkuly, ale otázka o logických kalkulov bola položená, skôr však ide o výpoveď, lebo pri výsledku uzavretia oboch tabiel, **ak ide o verratívnu tautológiu nikto nepochybuje, že ide o logický kalkul. Ak sú však výsledkom hodnoty polpravdivej tautológie, alebo falzitívnej tautológie, vraj už nejde o logiku.**

Moja otázke znie, môže jedno pravidlo viesť v jednom prípade k logickému kalkulu a v druhom len ku kalkulu, ktorý nemá s logikou nič spoločné? Veď jazyk aj pravidla sú jednotné, majú spoločnú podstatu, teda jedinú maticu a jeden definičný kalkul, a jedno odvodzovacie pravidlo, vyplývajúce z jednej matice.

Všetky formuly v týchto kalkuloch sú rozhodnuteľné, lebo pravidla pre vytvorenie tabuľkovej metódy sú evidentné. Treba len prijať zásadu, že existuje viac druhov tautológií, ako sme o tom už hovorili. Každá veta, ktorej môže byť priradená pravdivostná hodnota je výrok. Nezáleží na tom aká je to hodnota, len ak je jednoznačne pomenovaná. S každým výrokom môžeme prevádzať všetky logické operácie

s jednoznačným výsledkom. Medzi pravdivostnými hodnotami nemôže existovať diskriminácia. Každá tautológia je zákonom nejakej logiky, bez ohľadu na to, akou hodnotou je determinovaná.

Tým je vlastne kalkul s uvedenou základnou shefferovskou maticou vytvorený.

Ak si však nadefinujeme nejaké termíny pomocou základnej matrice, môžeme jednoduchým spôsobom vytvoriť druhotnú pravidlá ako to uvedieme nižšie.

Uvádzame kompletná definície jednoargumentových výrokov teraz uvedeného kalkulu.

1	**11 1**	**[p/(p/p)]/[p/(p/p)]**
2	**11 2**	**{p/[p/(p/p)]}/{p/[p/(p/p)]}**
3	**11 3**	**[p/(p/p)]/{p/{p/[p/[p/(p/p)]]}}**
4	**12 1**	**{p/{p/[p/(p/p)]}}/{p/{p/[p/(p/p)]}}**
5	**12 2**	**(p/p)/(p/p)**
6	**12 3**	**[p/(p/p)]/{p/[p/(p/p)]}**
7	**13 1**	**[p/(p/p)]/{p/{p/[p/(p/p)]}}**
8	**13 2**	**{(p/p)/[p/(p/p)]}/{p/[(p/p)/(p/p)]}**
9	**13 3**	**(p/p)/{(p/p)/[p/(p/p)]}**
10	**21 1**	**(p/p)**
11	**21 2**	**{p/[(p/p)/(p/p)]}**
12	**21 3**	**p/{{p/{p/[p/(p/p)]}}/{p/{p/[p/(p/p)]}}}**
13	**2 2 1**	**p/{(p/p)/{(p/p)/[p/(p/p)]}}**

14	22 2	(p/p)/{p/{p/{p/[p/[p/[p/(p/p)]]]}}}
15	22 3	{p/[p/(p/p)]}/{(p/p)/[p/(p/p)]}
16	2 3 1	p/{{[p/(p/p)]/{p/}p/[p/[p/(p/p)]]}}}
17	2 3 2	[p/(p/p)]/{p/[(p/p)/(p/p)]}
18	2 3 3	(p/p)/[p/(p/p)]
19	31 1	{p/{p/{p/[p/[p/[p/(p/p)]]]}}}
20	31 2	p/{[(p/p)/(p/p)]/[p/(p/p)]}
21	31 3	{p/{p/[p/(p/p)]}}
22	32 1	{p/[p/(p/p)]}
23	32 2	[(p/p)/(p/p)]/[p/(p/p)]
24	32 3	{p/{p/{p/[p/[p/(p/p)]]}}}
25	33 1	{p/{p/[p/[p/(p/p)]]}}
26	33 2	{p/{p/[(p/p)/(p/p)]}}
27	33 3	[p/(p/p)]

Definíciu č. 27 zapíšeme podľa pravidla dosadenie takto:

D27. 27p ⇔ [p/(p/p)]

Po aplikácii funktora 27 dostávame hodnoty 3 3 3, je to funktor F (falzum) uvádzaného kalkulu trojhodnotovej logiky.

Ďalej uvedieme ešte definície niektorých dvojargumentových funktorov:

D28. (p 28 q) ⇔ [(p/p)/(q/q)]/[(p/p)/(q/q)]

D29. (p 29 q) ⇔ (p/q)/(p/q)

D30. (p 30 q) ⇔ (p/p)/(p/q)

D31. (p 31 q) ⇔ (q/q)/(p/q)

D32. (p 32 q) ⇔ [(p/p)/(q/q)]/(p/q)

D33. $(p\ 33\ q) \Leftrightarrow (p/q)/[(p/q)/(p/q)]$

Pomocou týchto definícií vytvoríme matice a druhotné odvodzovacie pravidlá kalkulu.

D28.

p/q	1	2	3
1	2	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1

D29.

p/q	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	1
3	1	1	2

D30.

p/q	1	2	3
1	1	2	2
2	3	2	3
3	3	3	2

D31.

p/q	1	2	3
1	1	3	3
2	2	2	3
3	2	3	2

D32.

p/q	1	2	3
1	3	1	1
2	1	3	1
3	1	1	3

D33.

p/q	1	2	3
1	3	3	3
2	3	3	3
3	3	3	3

Základné pravidlá pre tvorbu analytických tabiel odvodíme zo základnej matice. Za základné môžeme považovať aj pravidlo pre negáciu, pretože ho formulujeme podľa hlavnej osi matice.

Pravidlo pre jednu z negácií::

$$\frac{T \sim A}{N\ A} \ ; \quad \frac{N \sim A}{T\ A} \ ; \quad \frac{F \sim A}{\star}$$

Pre označenie F nejestvuje v tomto kalkule možnosť definovať túto formulu.. Na diagonále sa v hlavnej matici táto hodnota nenachádza. V prípade, že sa v dôkaze vyskytne výraz F ~ A, ktorý sa nevyskytuje v pravidle o negácii (taká hodnota v ňom neexistuje), uzatvoríme vetvu, ako keby sa v nej vyskytovali dve rôzne ohodnotenia tej istej formuly. Situácia je v tomto prípade podobná ako pri predpoklade F (A V2 B), ktorý tiež uzatvára vetvu. (Symbol „⋆“ tak ako vyššie označuje nemožnosť definovania takého pravidla.

Uvedieme aj pravidlá, ktoré môžeme formulovať pomocou druhotných matíc, t.j. druhotné pravidlá kalkulu.

Pravidlo pre maticu podľa D28:

T (A 28 B)			
N A	F A	N B	F B

N(A 28 B)
T A
T B

F(A 28 B)
⋆

Označenie F (A 28 B) neexistuje, preto pri jeho objavení sa v nejakej vetve tably túto vetvu uzatvoríme.

Pravidlo pre maticu podľa D29:

T (A 29 B)		
T A	T B	N B

N(A29 B)	
F B	
N A	F A

F(A29 B)
⋆

Aj pri výskyte F (A 29 B) nastáva predchádzajúca situácia. V ďalších podobných prípadoch to už nebudeme zdôrazňovať.

Pravidlo pre maticu podľa D30:

T(A 30 B)
T A
T B

;

N (A 30 B)			
N B		F B	
T A	N A	T A	F A

;

F (A 30 B)			
N A		F A	
T B	F B	T B	N B

Pravidlo pre maticu podľa D31:

T(A 31 B)
T A
T B

;

N (A 31 B)			
N A		F A	
T B	N B	T B	F B

;

F (A 31 B)			
N B		F B	
T A	F A	T A	N A

Pravidlo pre maticu podľa D32:

T (A 32 B)					
T A		N A		F A	
N B	F B	T B	F B	T B	N B

N A 32 B)
†

;

F (A 32 B)		
T A	N A	F A
T B	N B	F B

Pravidlo pre maticu podľa D33:

T(A 33 B)
†

N(A 33 B)
†

F (A 33 B)								
T A			N B			F A		
T B	N B	F B	T B	N B	F B	T B	N B	F B

Symbol „†“ označuje, že žiadna formula sa nedá vytvoriť-

Namiesto (A 33 B) by sme mohli písať aj (A F B), pretože ide o definovaný dvojargumentový funktor F. Definiens D33 je sám teorémou uvádzaného kalkulu pre vybranú hodnotu (VH) 3. Ak ho budeme negovať raz, podľa D10, dostaneme teorému pre VH 1 a ak ho negujeme ešte raz, dostaneme teorému pre VH 2:

1. **(p / q) / [(p / q) ((p / q)]** **Teor. VH 3 (F)**
2. **~ {(p / q) / [(p / q) / (p / q)]}** **Teor. VH 1 (T)**
3. **~ ~ {(p / q) / [(p / q) / (p / q)]}** **Teor. VH 2 (N)**

Prvá formula bude vytvárať uzavreté tably vzhľadom na označenie T a N, druhá na označenie N a F, tretia na označenie T a F. Druhá a tretia formula bude pri označení F ihneď uzavretá. Formuly negované pomocou základnej dobrej negácie nemôžu byť v tomto kalkule nepravdivé.

Definovali sme zároveň spôsob dôkazu pre VH 1, VH 2 a VH 3, teda:

dôkaz verratívny
dôkaz polpravdivý
dôkaz falzitívny

v systéme smullyanovských tabiel.

T {(p / p) / [(p / p) /(p / p)]}				
N (p / p)			**F (p / p)**	
N [(p / p) / (p / p)]			**F [(p / p) / (p / p)]**	
T(p / p)	**N(p / p)**	**F(p/ p)**	**T (p / p)**	**T (p / p)**
⋆	**F(p / p)**	⋆	⋆	⋆
	⋆			

N {(p / p) / [(p / p) / (p / p)]}			
T (p / p)		**N (p / p)**	
T [(p / p/ (p / p)]		**F [(p / p) / (p / p)]**	
N (p / p)	**F (p / p)**	**T (p / p)**	**T (p / p)**
⋆	⋆	⋆	⋆

Z tabuľky definícií funktorov vieme, že ide o jeden z úplných kalkulov trojhodnotovej logiky v tejto skupine kalkulov. Je v ňom definovateľná disjunkcia, a tá je totožná s disjunkciou definovanou v predchádzajúcom kalkule. Na báze jednomiestnych funktorov 16 alebo 20 môžeme definovať zákon vylúčenia štvrtého v podobe (**p** ∨ ≈ **p** ∨ ≈ ≈ **p**). Po trojitom negovaní formuly dostávame tú istú formulu bez negácie. Bude tu platiť pravidlo VN, ktoré má tvar:

$$\frac{\sim\sim\sim \mathbf{A}}{\mathbf{A}}$$

Vynechávame tri negácie - toto pravidlo vyplýva zo zákona: (**p** ↔ ≈ ≈ ≈ **p**).

Symbol "≈" sme použili ako znak pre jednoargumentový funktor definovaný v našom kalkule pod poradovým číslom 20. Musíme si uvedomiť zložitosť a neprehľadnosť formulácii pri definovaní zákona VN, resp. jemu zodpovedajúceho pravidla, ak by sme namiesto dokonalých negácií 16 a 20 používali definiensy z definícií 16 a 20, v ktorých sa vyskytuje len základný termín "/". Naopak, použitie definovaných dokonalých negácií ("16" alebo "20", t.j. "≈") nám umožňuje uvedený zákon a pravidlo definovať oveľa jednoduchšie a pohodlnejšie.

V kalkule platí zákon vylúčenia štvrtého, ale neplatí zákon vylúčenia tretieho, pretože je iba garantom dvojhodnotovosti. Garantom trojhodnotovosti je zákon vylúčenia štvrtého a má tvar: (**p** ∨ **~** **p** ∨ **~** ∼ **p**) To všetko za predpokladu, že disjunkcia v klasickom ponímaní je definovateľná v uvažovanom kalkule. Tu to určite platí, lebo ide o funkčne úplný kalkul.

Extenzionálne výrokové logiky s viacerými hodnotami.

Extenzionálnym logikám s viacerými hodnotami ako tri venujeme len niekoľko poznámok, ktoré sa týkajú ich negácií a zároveň sa pokúsime vysvetliť, prečo sme na počiatku našich úvah zaviedli toľko druhov negácií. Ako v dvojhodnotovej tak aj v trojhodnotovej logike sme ukázali, že jednoargumentové funktory sú vlastne svojimi vlastnosťami determinované hodnotami diagonál dvojargumentových matíc. Náš predpoklad sme preto rozšírili aj na štvor a päťhodnotové logiky. Tento predpoklad sa však ukázal platný len čiastočne.

S rastom počtu pravdivostných hodnôt sa totiž niektoré diagonály chovať nepravidelné., akoby sa vymykali pravidlám. Na diagonálach sme to nespozorovali, ale ak sme hodnoty diagonál začali skúmať ako samostatné jednomiestne funktory, začali sa niektoré z nich chovať podivne, proste inakšie ako sme predpokladali. Predpokladáme, že sa jednomiestne funktory začínajú od štyroch hodnôt správať štrukturálne. Akoby v nich vznikali podštruktúry, podobne, ako to bolo s funkciou diagonál dvoj a trojhodnotových maticiach.

Musíme si uvedomiť, že aj jednomiestne funktory sú štruktúrami a so zvyšovaním počtu hodnôt sa v nich vytvárajú podštruktúry. Naše matice sú len obrazmi štruktúr, ktoré plne vyhovovali do troch hodnôt. Určité zákonitosti sme našli, ale nepovažujeme ich za definitívne riešenie. Možno bude potrebné zdokonaliť spôsob zápisu matíc, alebo sa naučiť čítať ich vzhľadom na nové vlastnosti.

Na vlastnosti jednomiestnych funktorov začínajú mať rozhodujúci vplyv nové usporiadania hodnôt na hlavnej osi matice, a to aj pri vytváraní dokonalých negácií. Pozrieme sa najprv na situáciu v štvorhodnotovej logike.

Môžeme v nej vytvoriť, vzhľadom na prirodzené usporiadanie pravdivostných hodnôt na hlavnej osi jej matíc, tieto dokonalé negácie:

č.1

	1	2	3	4
1	2			
2		1		
3			4	
4				3

č.2

	1	2	3	4
1	2			
2		3		
3			4	
4				1

č.3

	1	2	3	4
1	2			
2		4		
3			1	
4				3

Neproduktívna

č.4

	1	2	3	4
1	3			
2		1		
3			4	
4				2

č.5

	1	2	3	4
1	3			
2		4		
3			1	
4				2

č.6

	1	2	3	4
1	3			
2		4		
3			2	
4				1

Neproduktívna

č.7

	1	2	3	4
1	4			
2		1		
3			2	
4				3

neproduktívna

č.8

	1	2	3	4
1	4			
2		3		
3			1	
4				2

č.9

	1	2	3	4
1	4			
2		3		
3			2	
4				1

V každej matici môžeme vytvoriť 256 rôznych symetrických usporiadaní čím by sme dostali 9 x 256 možných matíc, pomocou ktorých môžeme vytvárať jednofunktorové kalkuly so shefferovskými vlastnosťami. Do hry však vstupuje usporiadanie hodnôt na hlavnej osi matice a **matice č. 3, 6 a 7** sa ukazujú ako neproduktívne, lebo sú schopné vytvoriť len akúsi kvázi dvojhodnotovú negáciu. Súvisí to s tým, že vracajú formule, resp. premennej pôvodnú hodnotu už po dvojnásobnom použití negácie pred ňou. Tým sa počet shefferovských funktorov vytvoriteľných v štvorhodnotovej extenzionálnej logike jednoznačne prudko znižuje. U ostatných matíc sa celkový počet zníži aj spôsobom usporiadania hodnôt na vedľajších poliach matice. Tento postup ukážeme aspoň na dvoch maticiach a pomocou nich vytvorených negácií:

Podľa matice č. 1

A	~ A	~~ A	~~~A	~~~~A
1	2	3	4	**1**
2	3	4	1	**2**
3	4	1	2	**3**
4	1	2	3	**4**

Pri definovateľnosti klasicky ponímanej disjunkcie v tejto štvorhodnotovej logike môžeme vytvoriť zákon vylúčenia piateho a tiež pravidlo o štvoritej negácii.

Podľa matice č. 6

A	~ A	~~ A	~~~A	~~~~ A
1	3	**1**	3	**1**
2	4	**2**	4	**2**
3	1	**3**	1	**3**
4	2	**4**	2	**4**

Táto negácia štvorhodnotovej matice, aj keď má na hlavnej osi všetky hodnoty voči prirodzenému usporiadaniu zmenené, vykazuje dvojhodnotové vlastnosti. Ťažko môžeme vytvoriť také usporiadania vedľajších polí tejto matice, aby sme pomocou nej vytvorili shefferovský funktor. **Všimnime si, že kým v prvej tabuľke sa vyskytujú v každom riadku aj stĺpci všetky zvolené hodnoty, v druhom prípade, ktorý hneď uvedieme, tomu tak nie je.**

V prípade, že sa v danom kalkule dá definovať klasická disjunkcia, bude v ňom platiť zákon vylúčenia tretieho a pravidlo o vynechaní dvojitej negácie, teda dvojhodnotové vlastnosti To značí, že nie všetky diagonály, ktoré vyzerajú ako dokonale sú v štvorhodnotovej logike skutočne dokonalé.

Aby sme nemuseli uvádzať pri našich ďalších úvahách hodnoty negácií v ich maticiach, dohodneme sa na zobrazení hodnôt na diagonále matice v stĺpcoch tabuľky dokonalých negácií pre štvorhodnotovú logiku.

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
2	1	3	4	1	4	4	1	3	3
3	4	4	1	4	1	2	2	1	2
4	3	1	3	2	2	1	3	2	1
0	-	+	+	+	-	+	+	+	-

Znak " - " znamená, že negácia je dokonalá, ale neproduktívna.(dvojhodnotová)

Matica n-hodnotovej logiky je dokonalá - produktívna, ak sú všetky hodnoty na jej hlavnej osi voči prirodzenému usporiadaniu zmenené, ak sa na nej vyskytujú všetky hodnoty príslušnej logiky a po definovaní jednomiestneho funktora n-tom jej opakovaní ako negácie sa formula vracia k hodnotám danej formuly bez negácie.

Matica n-hodnotovej logiky je nedokonalá a - neproduktívna, ak sú všetky hodnoty na jej hlavnej osi voči prirodzenému usporiadaniu zmenené, ak sa na nej vyskytujú všetky hodnoty príslušnej logiky, ale hodnota negovanej formuly pomocou jej negácie sa mení na hodnoty formuly pred negovaním po menej násobnom alebo viacnásobnom opakovaní, nie však po n-tom použití negácie.

Pri neproduktívnych negáciách sa nedajú formulovať príslušné zákony vylúčenia n + 1-ho, ani pri možnej definícii klasicky formulovanej disjunkcie..

Disjunkcia je klasicky definovaná, ak jej hodnota je vždy totožná s hodnotou toho jej argumentu, ktorého hodnota je bližšie k hodnote pravda.

Z deviatich dokonalých negácií štvorhodnotovej logiky sú dokonale produktívne len negácie matíc 2., 3., 4., 6., 7. a 8. Negácie 1., 5. a 9. sú neproduktívne.

Podobne ako v štvorhodnotovej logike budeme postupovať aj pri uvádzaní negácií pre päťhodnotovú logiku. Čitateľ si ľahko zrekonštruuje, z akých diagonál päťhodnotových matíc sme vychádzali a ktoré musíme vylúčiť ako neproduktívne.

Päťhodnotových dokonalých negácií je viac ako štorhodnotových, a preto ich zoradíme do štyroch skupín po jedenástich diagonálach. Podobne ako pri štvorhodnotových negáciách, produktívne označíme znakom "+" a neproduktívne znakom "**-**".

Skupina A:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	3	3	3	4	4	5	5	5
4	5	1	4	5	1	5	5	1	4	4
5	3	5	5	1	5	3	1	3	1	3
3	4	4	1	4	3	1	3	4	3	1
-	-	-	+	+	+	+	-	+	+	-

Skupina B:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	1	1	4	4	4	4	5	5	5	5
2	4	5	1	2	5	5	1	2	4	4
5	5	2	5	5	1	2	2	1	1	2
4	2	4	2	1	2	1	4	4	2	1
-	+	+	-	+	+	-	-	+	-	+

Skupina C:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
1	1	1	3	3	3	3	5	5	5	5
2	5	5	1	2	5	5	1	1	2	2
5	2	3	5	5	1	2	2	3	1	3
3	3	2	2	1	2	1	3	2	3	1
+	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+

Skupina D:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
1	1	1	4	4	4	4	3	3	3	3
2	4	4	1	1	2	2	1	4	4	2
3	2	3	2	3	1	3	2	1	2	1
4	3	2	3	2	3	1	4	2	1	4
+	+	-	-	+	+	-	+	+	-	-

Vidíme, že zo štyridsiatich štyroch navonok dokonalých negácií päťhodnotovej logiky je len dvadsaťštyri osovo dokonalých produktívnych, ostatné sú osovo dokonalé, ale neproduktívne. Sú po skupinách súmerne rozdelené, lebo každá skupina má 6 produktívnych a 5 neproduktívnych negácií. Zo skúseností, ktoré máme z trojhodnotovej logiky, môžeme predpokladať, že stúpne aj počet poľovo neproduktívnych matíc s dokonalými produktívnymi negáciami.

Upozorňujeme ešte na jednu skutočnosť. Kým v štvorhodnotovej logike dokonalé neproduktívne negácie mohli formulovať zákon vylúčenia tretieho, teda smerovali k dvojhodnotovosti, v päťhodnotovej logike všetky uvedené dokonalé neproduktívne negácie sa vracajú k pôvodnej hodnote až po šiestich negovaniach, čo smeruje k podivným päťhodnotovým extenzionálnym logikám akoby s možnosťou formulovať v nich zákon vylúčenia siedmeho, ale bez šiestej hodnoty. Je to však len zdanie, lebo aj keby v kalkule s takou negáciou bola definovateľná klasická päťhodnotová disjunkcia, ani po šiestich negáciách by nebolo možné vytvoriť zákon vylúčenia šiesteho napriek tomu, že hodnota negovanej formuly sa vracia k hodnotám pôvodnej formuly. Najväčšie prekvapenie však spočíva v tom, že aj tu sa dvojhodnotovosť, ak je v kalkule definovateľná klasická disjunkcia, dosahuje po druhej negácii. Príklad uvedieme nižšie.

Vo všetkých zákonoch vylúčenia šiesteho, pri použití *dokonalej* negácie, sa však vyskytujú len *dokonalé* negácie. Pri použití osovo dokonalej neproduktívnej negácie sa vyskytujú len neproduktívne alebo nedokonalé negácie, teda také, v ktorých sa vyskytuje aspoň jedno pole diagonály matice s prirodzeným usporiadaním hodnoty matice. Ako by logika sama svojimi možnými negáciami vytvárala nejaký paradox. Máme tu na mysli cykličnosť dokonalých negácií len cez dokonalé formy, každé zvýšenie počtu negácií až po návrat k pôvodným hodnotám ide cez osovo dokonalú negáciu. Neproduktívne, aj keď sú osovo dokonalé, po opakovaní negácie pred formulou nadobúdajú aj podobu slabých negácií a cyklujú po riadkoch v dvojiciach a trojiciach. Ako príklad uvedieme negáciu D 3.

p	~p	~~ p	~~~p	~~~~p	~~~~~p	~~~~~~p
1	5	2	1	5	2	1
2	1	5	2	1	5	2
3	4	3	4	3	4	3
4	3	4	3	4	3	4
5	2	1	5	2	1	5

Ak je definovateľná klasická disjunkcia, potom dostávame formulu:

[(p ∨ ~ p) ∨ (~~ p ∨ ~~~p)] ∨ [(~~~ p V ~~~~p) ∨ ~~~~~p]						
1 1 5 1 2 1 1	1	5	2	2	1	1
2 1 1 1 5 2 2	1	1	1	5	1	2
3 3 4 3 3 3 4	3	3	3	4	3	3
4 3 3 3 4 3 3	3	4	3	3	3	4
5 2 2 1 1 1 5	1	2	1	1	1	5

= = =
=

Prechod k dvojhodnotovosti je zrejmý pri dvakrát podčiarknutých stĺpcoch. Nedostávame žiaden zákon.

Neproduktívne negácie nejakým spôsobom spôsobujú stratu niektorých hodnôt označenia matíc vo svojich aplikáciách, aj keď matica vyzerá pri prvom dojme ako dokonalá. Na vstupe sa objavujú všetky hodnoty, ale na výstupe sa vyskytujú len dve. Akoby logika naznačovala že aj pri viacerých zvolených hodnotách označeniach matice vystačíme v záveroch úsudkov s dvojhodnotovosťou. Zvolené hodnoty však určite majú značný vplyv na priebeh zákonitosti v skúmanej štruktúre, ale ten sa nám navonok vo výsledku priamo neprejavuje. Pripomína to stratu možnosti priameho pozorovania 99% matérie po vytvorení vesmíru po „veľkom tresku“ vo fyzike.

Ak by sme to ale robili s negáciami dokonalými (označené sú znamienkom +) a pospájali disjunkciami, dostali by sme zákony vylúčenia šiesteho.

Pri použití osovo dokonalej produktívnej negácie, napr. negácie D 9, sa v každom riadku vystriedajú všetky hodnoty päťhodnotovej logiky.

p	~p	~~ p	~~~p	~~~~p	~~~~~p
1	5	2	3	4	1
2	3	4	1	5	2
3	4	1	5	2	3
4	1	5	2	3	4
5	2	3	4	1	5

Ak je v kalkule definovaná klasická disjunkcia, potom je možné formulovať zákon vylúčenia šiesteho.

(p ∨~ p)	∨	(~ ~ p ∨ ~~~p)]	∨	(~~~~~p ∨ ~~~~~p)
1 1 5	1	2 2 3	1	4 1 1
2 2 3	1	4 1 1	1	5 2 2
3 3 4	1	1 1 5	1	2 2 3
4 1 1	1	5 2 2	1	3 3 4
5 2 2	2	3 3 4	1	1 1 5
-	=	-	≡	-

-

Ako môžeme zbadať na prvý pohľad, aj v tomto prípade neproduktívne matice päťhodnotovej logiky pri skúmané prejavu cykličnosti pri negovaní formuly, sa pri dokonalých vyskytujú vždy, vo všetkých riadkoch aj stĺpcoch vyskytujú všetky zvolené hodnoty, ale u neproduktívnych tomu tak nie je.

Tieto otázky však predstavujú veľmi špeciálne problémy viachodnotovej logiky, nebudeme sa už preto nimi v tejto práci zaoberať. Ide o podstatne zložitejšiu problematiku už vzhľadom na počet definovateľných matíc, ktorých je vo štvorhodnotovej logike“ 4^{16}“ a v päťhodnotovej logike „5^{25}“. To sú počty, ktoré v súčasnosti neumožňuje v plnej miere zabezpečiť ani najvýkonnejšie počítač. Máme na mysli niektoré čiastočné riešenie, aj tie však končia na nedostatku, ktorý trápi celú vedu a školstvo, a tým je nedostatok prostriedkov na výskum.

Možno sa raz dočkáme my, možno až naše deti, alebo to vždy tak bolo a bude. Múdrosť nepotrebuje byť bohatá.