O kalkuloch

Najjednoduchšie je najvšeobecnejšie.
ale aj najabstraktnejšie.

Ak si postavíme otázku; „ čo je špecifikom filozofického poznania, čím sa filozofické poznanie odlišuje od iných druhov poznania“, dospejeme k záveru, že je to v **probléme všeobecnej platnosti** filozofických tvrdení. Ak sa zamyslíme nad otázkou, čo spôsobuje všeobecnosť tvrdení filozofie, dospejeme k záveru, že je to väčšia frekvencia používania všeobecných pojmov vo filozofických tvrdeniach a snaha vypovedať o **podstate vecí**. To nás vedie k predpokladu, že nás výpovede o konkrétnych veciach, jednotlivinách, a teda aj používanie konkrétnych pojmov, nevedie k pochopeniu podstaty vecí, k podstate sveta, ale len k poznaniu jeho vonkajších, meniacich sa znakov a prejavov. Podstatné vlastnosti skutočnosti sú pred naším zmyslovým aparátom skryté, a aj ich poznávanie pomocou zdokonaľujúcich sa prístrojov v experimentoch hovorí len o postupnom zjemňovaní poznávania vlastností predmetov, nie o vzťahoch medzi nimi. Taký postup nás možno približuje k pochopeniu podstaty, ale ešte stále o nej nevypovedá primerane, vyslovujeme sa o predmetoch stále dokonalejšie, vzhľadom na rozvoj jazyka, ale aj na prehlbovaní poznania jeho zákonitostí. V tomto ohľade chápeme naše výpovede o skutočnosti ako stále sa prehlbujúce v zmysle zvyšovania stupňa pravdepodobnosti ich platnosti. Ak by však boli naše výpovede absolútne platné, nemohli by sme ich ďalej rozvíjať. To je len ideál, ku ktorému sa snažíme dospieť.

Poznanie vlastností predmetov (napr. chemické vlastnosti prvkov, ktoré nevystihujú fyzikálnu podstatu ich vnútornej atómovej štruktúry) nevedie k poznaniu ich vnútornej podstaty, lebo nesmierne dôležité pre pochopenie podstaty skutočnosti, je popísanie a pochopenie vzťahov medzi základnými entitami a ich vlastnosťami. K tomu je nutné racionálne uvažovanie a vysoká forma abstrakcie. Poznať podstatu znamená chápať každý jav nie ako konglomerát nejakých entít a vlastností, ale ako ich štruktúru aj s pochopením funkcie tejto štruktúry, ako do určitej miery vnútorne uzavretého, samostatného systému. Len takto pochopený a popísaný predmet môžeme považovať za objekt vedeckého skúmania, ktorý môžeme nazvať **vedeckým faktom**.

Vedecký fakt teda nemôžeme považovať za predmet chápaný ako jednoduchý predmet, ale musíme ho považovať za vnútorne uzavretú systémovú **štruktúru**. Rozvoj všetkých vied ukazuje na to, že až poznanie a ponímanie faktov ako štruktúry a poznanie štruktúry vo vnútri faktov nás približuje k pochopeniu podstaty vedeckých faktov. Podstata je väčšinou určitým štruktúrovaným systémom javiacim sa navonok (vo fakte) ako uzavretý celok. Samá vlastnosť teda už je vedeckým faktom v abstraktnej podobe, ale hlavne je len prostriedkom jeho objavovania a pochopenia prostredníctvom **jazykovej konštrukcie** (štruktúry), ktorou popisujeme štrukturálne vlastnosti nejakej podstaty. **Skúmaný predmet môžeme prirovnať k veci osebe, ktorá nie je poznateľná a pochopiteľná bez hlbokej analýzy a poznania jej**

vnútornej štruktúry, ktorá je systémovou vnútorne uzavretou štruktúrou vzťahov medzi vlastnosťami a jej jednoduchšími štruktúrami.

Tieto úvahy sa týkajú nielen fyzikálnych objektov a ich vlastností, ale aj abstraktných (transcendentných, jazykových) objektov a ich vlastností ako aj vzťahov medzi nimi. (K týmto úvahám sa vrátime a podrobnejšie sa im budeme venovať až v druhej časti tejto práce).

Tieto danosti si uvedomovali všetci tí, ktorí už pri vzniku filozofie chceli poznať podstatu sveta, tí, o ktorých vieme, že vytvárali základy disciplíny, ktorú pomenovali názvom „**filozofia**". Čím sa teda líši filozofia od ostatných vied? Tým, o čom sme hovorili na začiatku, používaním, analýzou a poznávaním štruktúry pojmov, ich obsahov, vzťahov medzi nimi, ich zovšeobecňovaním, prácu so všeobecnými pojmami, vytváraním nových štruktúr pomocou nich a ich chápaním ako systematicky usporiadaných vedeckých výpovedí o vedeckých faktoch o komplexnom svete, v ktorom žijeme.

Filozofia je preto našou komplexnou, všeobecnou výpoveďou o svete, v ktorom žijeme, ktorý do určitej miery aj vytvárame a ktorý nazývame <u>filozofickým bytím</u>. Veda je preto produktom jazyka, pomocou ktorého formulujeme naše poznatky o poznávaní sveta.

Jazyk je len materiálnym prostriedkom, pomocou ktorého vypovedáme o našom vnímaní sveta na základe pojmov, ktoré si vytvárame v procese myslenia.

Všeobecné pojmy však neoznačujú predmety, ktoré sú vnímateľné a poznateľné zmyslami, ale chápeme ich cez ich pojmový obsah, len prostredníctvom rozumu a na to, aby ich mohol náš rozum v procese myslenia pochopiť a s nimi pracovať, musí mať a používať nejaké presne vymedzené formálne pravidlá vytvorené na tento účel. Súhrnu takých pravidiel budeme hovoriť **metóda**. Všade, kde môžeme hovoriť o filozofii a vede, tam musí existovať aj nejaká metóda a keďže filozofia stála pri zrode všetkých vied, prvá vedecká metóda musela úzko súvisieť s filozofiou a môžeme ju preto nazývať **filozofickou metódou**. Metóda veľmi podstatne súvisí s filozofiou od jej zrodu, jedna bez druhej jednoducho nemôžu existovať. Budeme ju nazývať všeobecná alebo filozofická metóda. Vedou o tejto metóde bude potom **všeobecná** (filozofická) **metodológia**.

Na tomto mieste by sme chceli upresniť náš názor v tom zmysle, že človek od počiatku používania jazyka začal rozlišovať rôzne postupy v procese myslenia pri jeho používaní a pochopil, že tieto postupy nie sú rovnocenné. Niektoré postupy totiž lepšie popisovali postup pri jeho uvažovaní ako iné a snažil sa to pochopiť a popísať. Trvalo mu však pomerne dlho, kým našiel správny spôsob pochopenia a zápisu týchto pravidiel a ich používania v zákonitostiach jazyka pri svojom uvažovaní. Človek ich vlastne ani nevytváral, ale len objavoval pri používaní jazyka a zdokonaľoval so zdokonaľovaním sa jazyka a pri jeho používaní. Na to však potreboval stále lepšie poznať vlastnosti jazyka a poznať zákonitosti vzťahov medzi jazykovými objektmi a potom vzťahy medzi fyzikálnym svetom a jazykom. K podstate sa teda človek dostáva prostredníctvom jazyka, teda sprostredkovane a pochopenie podstaty je závislé na dokonalosti a poznaní jazyka, ktorý používa. Preto bolo nutné vytvoriť časovo stálu podobu jazyka a tou sa stala jeho písomná forma.

Spočiatku metóda spočívala hlavne v tom, že filozofi od vzniku filozofie začali odlišovať zmyslové od rozumového poznávania. Pri skúmaní podstaty vecí dávali prednosť rozumovému poznávaniu pred poznávaním zmyslovým, lebo zmyslové poznávanie poukazovalo na premenlivosť jednotlivých javov a podstata musela byť naopak stabilnejšia, ba ideálom bola skôr stálosť, a tomu lepšie vyhovovala stálosť obsahu všeobecných pojmov aj keď mali ideálny rozmer. Postavenie stálosti všeobecných pojmov spočíva v ich dvoch funkciách:

a. umožňujú nám popísať podstaty vecí, ktoré musia byť stále ako východiská
b. stávajú sa mierou premennosti konkrétnych predmetov, ktoré vzhľadom na pôsobenie na naše zmysly sa javia ako meniace sa. (Tu máme na mysli postupnú premenu predmetov vzhľadom na ich meniace sa vlastnosti a vzťahy, čo spôsobuje následné ťažkosti pri ich zaraďovaní do príslušných množín, pri meniacich sa vlastnostiach predmetov a teda ťažkosti s priradením niektorého Aristotelovho vzťahu medzi pojmami, priradenosť, nadradenosť, podradenosť).

Všetci filozofi, ktorých počítame medzi veľké postavy v dejinách filozofie si vždy uvedomovali väzbu medzi metódou a filozofiou a boli významní práve preto, že pri riešení problémov, ktoré sa z toho vzťahu rodia, nachádzali aj nové metodologické riešenia, ktoré boli vždy silným podnetom pre ďalší rozvoj filozofie.

Náš jazyk sa nevyvíjal náhodne, vyvíjal sa v zhode s rozvojom našich poznatkov o svete, ale aj naše poznanie sveta bolo vždy závislé od rozvoja jazyka, ktorý sme používali a od stupňa poznania štruktúry používaného jazyka. Prvé písané jazykové objekty patria do obdobia, kedy končí prehistória a začína história, boli zrejme obrázkové a dali nám spoľahlivú možnosť naučiť sa správne narábať s pojmami. Boli však príliš konkrétne a pre proces myslenia so všeobecnými pojmami dostatočne nevyhovovali, obtiažne sa v nich dali vytvárať abstraktné pojmy, preto boli postupne nahradené hláskovou formou písma, ktorú používame doposiaľ. Až ona umožnila vytváranie a používanie rôznych všeobecných abstraktných pojmov a tým aj vznik filozofie a vedy.

Súčasná veda chápe oblasti, ktoré skúma ako usporiadané štruktúry a to v prírodovednej aj spoločenskej oblasti, čo pre fyziku podľa nás veľmi presne vystihol Albert Einstein keď tvrdil, že príroda je existencia, ktorá má veľmi málo podstát, ale tieto podstaty sú schopné vytvárať nesmierne množstvo štruktúr, ktoré nie sú izolované, ale svojim vznikom ešte stupňujú svoju vlastnosť vytvárať ďalšie nové štruktúry, ktoré takto nadobúdajú nové vlastnosti, aké by sme u podstát neočakávali. Fyzici chápu existenciu skúmanej štruktúry tak, že sa v nej prejavujú zákonitosti determinovaného chaosu. Determinácia je daná fluktuáciami vo svete, čo sú určité nepravidelnosti, ktoré vznikajú v dôsledku gravitácie, elektromagnetického žiarenia a podobne, čím menia vlastnosti v menších oblastiach a znemožňujú použiť teóriu chaosu na vysvetľovanie zákonitostí fyziky v absolútnej podobe. Tieto nepravidelnosti spôsobujú, že sa svet vyvíja tak, ako sa vyvíja a dôsledky vzniku týchto nepravidelnosti pospisujeme ako zákony fyziky. Z teórie chaosu by sa totiž vesmír správal entropicky, ale fluktuácie narúšajú jeho entropiu a vytvárajú v ňom ostrovčeky negentrópie, ktoré sú nositeľmi negentrópie, teda usporiadania a tým aj zvyšovania miery informácie.

Keďže aj jazyk dnes chápeme ako štruktúru, musí sa tiež riadiť zákonmi všeobecnej teórie chaosu, ale aj s nejakými fluktuáciami, ktoré nám umožňujú hľadať a popisovať jeho zákonitosti jeho fungovania. Pri svojich výskumoch sme na takéto nepravidelnosti narazili. Jazyk je negentropickou štruktúrou, na základe vstupu človeka do jeho entropickej podoby, ktorej hlavnou úlohou je **prenos informácie** o dianí sa vo svete, ale a aj o jazyku samom. Jazyk totiž má rovnakú schopnosť, ako fyzikálny svet vytvárať štruktúry, ktoré majú zvláštne vlastnosti a tým aj pravidlá ich existencie. Tým sa vytvárajú štruktúry, ktoré majú vlastné zákonitosti nepodliehajúce fyzikálnym zákonitostiam a teda majú vlastné zákony, ktoré formulujeme na základe poznania zákonitostí používania jazykových štruktúr.

Tu máme na mysli výber konečného počtu jazykových znakov z fakticky nekonečného počtu možných znakov, a zároveň vybratie pomerne malého počtu kombinácií týchto znakov, ktoré majú v danom jazyku význam ako slova – pojmy. Tieto fluktuácie umožňujú vznik jazyka v hovorovej a neskôr aj v písanej podobe a to tak, že jednotlivé slová označujú nejaké predmety vo svete fyziky aj abstrakcie a tým sa stávajú pojmami jazyka. Z pojmov potom vytvárame vety a všetky výpovede o svete. Nositeľom jazykových fluktuácií je teda človek, ako poznávajúci subjekt. Takto vytvorené štruktúry jazyka prejavujú tiež pomerne veľkú mieru stability za zotrvania určitých podmienok svojho vzniku. Tým sa stáva, že poznáme jazyky, ktorých autori už zanikli ako národy podobne ako na oblohe môžeme skúmať objekty, ktoré v súčasnosti už neexistujú. Nositele informácie teda prejavujú schopnosť určitej retrospekcie aj o udalostiach, ktoré nemôžeme prežiť. To bol asi aj dôvod vzniku písanej podoby jazyka, ktorý má túto schopnosť oveľa vyššiu ako hovorený jazyk.

Taký postup vytvárania nových stabilných štruktúr nazývame **vývin**. Práve vývin napokon vedie až k objaveniu sa vo svete stále zložitejších štruktúr, ktoré majú vedomie a vlastnosť sebauvedomovania sa. Na Zemi je takou štruktúrou človek.

Jazyk je ale zvláštna štruktúra. Pri zdokonaľovaní svojich štruktúr ako by kopíroval prírodu, lebo vo svojich najdokonalejších podobách nadobúda svoju štruktúru podobne ako príroda, ale samozrejme, že jeho fluktuácie sú inej podstaty ako fyzikálne fluktuácie, ba naopak, jeho zákonitosti nepodliehajú fyzikálnym zákonom. Svet jazykových štruktúr a svet fyzikálnych štruktúr sú do určitej miery navzájom nezávislé, ale spája ich spoločná vedná disciplína, a tou je všeobecná teória štruktúr. Tá môže mať rôzne podoby, ale ako sa zdá, najlepšie k tomu účelu vyhovuje spomínaná teória determinovaného chaosu.

Aj jazyk má málo princípov, ale vytvára nesmierne veľa štruktúr a okrem toho musí tieto štruktúry popisovať spôsobom, ktorý týmto štruktúram najviac vyhovuje. Naše poznanie je veľmi podstatným spôsobom viazané na rozvoj jazyka. Pokiaľ sme nerozvinuli jazyk do podoby, ktorá je schopná popisovať štruktúry prírody vo všetkých ich jemnostiach, dovtedy sme sa nedostali k pochopeniu podstaty matérie, ale ani k jej najvšeobecnejšiemu pochopeniu ako fyzikálnej štruktúry. Jazyk, ktorý svojou podobou najlepšie umožňuje popísať vlastnosti štruktúr prírody, ale musí mať aj vlastnosť popisovať pravidlá vzniku a fungovania svojich vlastných štruktúr. Musí byť preto abstraktným jazykom **o štruktúrach, a takým jazykom sa nám v súčasnosti zdá byť matematika a jej teória chaosu. Logika je totiž vedou výlučne**

o určitej časti jazyka, a jej zákonmi nemôžeme modelovať ani zákony fyziky ani špeciálne zákony iných prírodných vied. Slúži však ako pomocný prostriedok na formuláciu takých zákonov.

Vytvoriť takýto jazyk je vec nesmierne obtiažna a náročná, ako nám to rozvoj jazyka vied o ňom, matematiky a jej funkcie v priebehu vývoja vedy sám ukazuje.

Tento rozvoj je však podmienený vznikom písanej formy jazyka (písma). Veda o štruktúrach musí byť napísaná preto aby, ako sme už spomenuli mal jej prejav časovo stabilnú podobu.

Dejiny človeka predstavujú vzhľadom na dĺžku jeho života veľmi dlhé obdobie a určite by sme ich mohli spojiť s počiatkami hovoreného slova – jazyka, so vznikom prvých pojmov - slov, vznikom prvých tvrdení - viet. Na presnú časovú vzdialenosť tohto okamihu ťažko nájdeme primeranú odpoveď. Oveľa presnejšiu odpoveď však dostaneme na dobu vzniku jeho histórie. Je to obdobie vzniku **písma**, písanej formy záznamu jazyka, ako iného, trvalejšieho spôsobu záznamu jazykového prejavu.

Jazyk však od svojho začiatku v hovorenej podobe obsahoval v sebe ako svoju vlastnú časť svoju **gramatiku**, ktorá sa v určitých oblastiach líšila od jazyka k jazyku, ale všade mala svoju gramatickú nadštruktúru, ktorá nám umožňuje pochopiť gramatiku každého jazyka aj v pojmovom aparáte nášho vlastného jazyka, ktorý používame ako svoj materinský, ale zároveň má každý jazyk jednu spoločnú základnú nadštruktúru, ktorú dnes nazývame **logika**, ktorá je v podstate vo všetkých jazykoch veľmi podobná.

Táto vlastnosť je nesmierne dôležitá, lebo niektoré l**ogické vlastnosti jazyka sa prenášajú a zachovávajú aj pri prekladoch z jazyka do jazyka, čo spôsobuje, že pravdivé vety jedného**

jazyka ostávajú pravdivými aj po dobrom preklade z jedného do iného jazyka. To ale poukazuje na vysokú archaickosť logiky ako jednej zo základných vlastností každého jazyka, lebo to nám umožňuje rozlišovať pravdivé a nepravdivé tvrdenia pochádzajúce aj v prekladoch z jazykov, ktoré už dávno zanikli.

K tomu, aby sme si uvedomili existenciu takých pravidiel, nás donútila až nutnosť pracovať so všeobecnými pojmami a to sa udialo pri vzniku prvej univerzálnej vedy, ktorou bola filozofia, ako sme už na to poukázali.

Všeobecné pojmy vznikali zrejme induktívnymi postupmi, analýza týchto pravidiel však prvých filozofov hlbšie nezaujímala aj vzhľadom k tomu, že sa chceli dopracovať k podstate a už v raných obdobiach filozofie pochopili, že to nepôjde prostredníctvom faktického poznávania, ktoré je sprostredkované zmyslami. Induktívnymi postupmi dospievame k štyrom druhom všeobecných tvrdení, ktoré sa stávajú základom pre vytvorenie pravidiel dedukcie, ako to popísal tvorca logiky - **Aristoteles**.

Vážnejšie sa však pravidlami metódami j indukcie začali filozofi a ostatní vedci zaujímať až so vstupom experimentu do vedy a hľadaním pravidiel zovšeobecňovania jeho výsledkov. Prvé vážne pokusy o formovanie pravidiel pre indukciu nachádzame u G. Galileiho, F. Baccona a neskôr u J. S. Milla.

Filozofi si však uvedomili aj dôležitosť práce so všeobecnými pojmami a hľadali postupy, ktoré by im umožňovali používanie všeobecných pojmov, aby mohli prevádzať činnosť, ktorú nazvali dôkazom a metóda, ktorú takto začali rozvíjať, dostala neskôr názov **dedukcia**. Nemôžeme na tomto malom priestore písať o vývoji dedukcie. Spomeňme si preto aspoň na Parmernidovo perfektné zdôvodňovania nemožnosti pohybu v *jedinom bytí* a na apórie

Zenóna z Eley na podporu jeho názorov. Spomeňme aj na prácu sofistov o prevádzaní **dôkazov**, a čo všetko nazývali dôkazom, len ak sa to na dôkaz podobalo, napokon na ich úmyselné vytváranie klamných dôkazov, a to len preto, lebo neboli vytvorené primerané pravidlá na ich overovanie. V každom prípade ich činnosť bola vždy prínosom, lebo poukázali na nutnosť vytvoriť sústavu, ktorá by zaručovala presnosť vo vedení dôkazov, lebo neexistencia **pravidiel** na vytváranie dôkazu umožňovala využívať tzv. *sofistické postupy* pri tvorení dôkazov, ktoré využívali za istých okolností sami sofisti, a ktoré neboli vždy úmyselné, ale boli často dôsledkom neexistencie presných pravidiel na vedenie dôkazu.

Sokrates a hlavne **Platón** im to veľmi tvrdo vytýkali, oni totiž už primeraným spôsobom vedeli rozlíšiť správny dôkaz od nesprávneho, ale sústavu formálnych pravidiel na ich overovanie nevytvorili. Urobil to až Platónov žiak a spolupracovník **Aristoteles**. Prvý pochopil, že pravidlá logiky sú dôsledkom vzťahov medzi usporiadanými pojmami, ktoré nemajú v jazyku rovnaké postavenie, že pojmy sú svojím obsahom rozdielne a podľa rozsahu a obsahu ich môžeme usporiadať od najnižších po najvyššie. Najnižšie hovoria o vlastnostiach jednotlivých predmetov a najvyššie o takých všeobecných vlastnostiach, ktoré musia mať všetky predmety a nad tými pojmami sa už vyššie pojmy nenachádzajú, preto nemajú nadradené pojmy, lebo o ich vlastnostiach už nehovoria žiadne iné vyššie pojmy.

Aristoteles usporiadal pojmy a rozdelil ich podľa vzťahov medzi nimi na priradené, podradené a nadradené a fakticky popísal a previedol prvú štrukturalizáciu jazyka, lebo potupnou aplikáciou týchto vzťahov dostal usporiadanie jazykových pojmov od najnižších vlastností pojmov po najvyššie pojmy, ktoré už nemajú nadradené pojmy a ti nazval **kategóriami**. Jeho logika je vlastne popisom určitých zákonitostí, ktoré platia medzi takto usporiadanými pojmami jazyka. Ak pojmy sú vo vzťahu, ktorý im priraďujeme, potom vytvárajú pravdivý výrok ak v tom vzťahu nie sú potom vytvárajú nepravdivý výrok. Tým dostal objektívnu metódu, ktorá mu zdôvodňovala prečo sú niektoré výroky pravdivé a niektoré nepravdivé.

Aristoteles bol veľkým syntetikom, objavil a popísal jednotlivé všeobecné pravidlá logiky, ktoré pred ním nesystematicky používali aj jeho predchodcovia a vytvoril systém pravidiel, ktorému dal deduktívnu formu a tak vznikol prvý deduktívny systém v histórii vedy. Po prvýkrát sa v tomto systéme objavili písmená vo funkcii premenných, čím bol faktický daný základ vytvárania formalizovaných jazykov a deduktívnych systémov. Bolo mu jasné, že pravidlá logiky musia platiť všeobecne a teda nemohol ich vytvárať z konkrétnych výrokov – súdov, ale zo súdov všeobecných,. Ku ktorým podľa jeho vysvetlenia dospievame cestou indukcie. Až určité typy všeobecných súdov môžeme použiť na vytváranie úsudkov, ktoré potom majú všeobecnú platnosť.

Aristoteles chápal logiku ďaleko širšie, ako ju neskôr vnímali jeho priami aj nepriami nasledovníci, ostatní filozofi a všetci, ktorí jeho logiku neskôr používali. Neobmedzil sa v podstate ani na dve základné pravdivostné hodnoty, ako ich po ňom zaviedli **stoici** vo svojej **logike výrokov**. Jeho sústava logiky bola budovaná ako metóda vytvárania vedy a našla svoju vyzretú podobu fakticky až v dvadsiatom storočí.

V tomto období vzniká, hádam v histórii vedy najznámejší kalkul, a to kalkul Euklidovej geometrie. Je to svojim spôsobom prototyp moderného kalkulu a po celé dve tisícročia neexistoval iný, s nim porovnateľný kalkul., Bol skutočne vzorom pre vytváranie vedeckých deduktívnych kalkulov v histórii vývoja vedy. Neskôr, začiatkom XX. Storočia Ján Lukasziewicz dokázal, že to nebol prvý deduktívny kalkul. Lebo podmienky spĺňa už Aristotelov systém kategorických sylogizmov. Pravidlá logiky používa intuitívne aj Euklides pri budovaní svojho systému, čo je dnes evidentné.

Po celý starovek a stredovek, ale aj začiatkom novoveku bola podstatne ochudobňovaná o svoje najzaujímavejšie časti tým že bola ochudobnená o tie myšlienky z nej, ktorým Aristoteles prisudzoval najvyššiu váhu, t.j. jej metodologickej funkcii. Jej okliešťovanie spôsobilo, že deduktívna metóda - chápaná takto zúžene - začala stagnovať, napriek určitým formalizačným krokom, ako bolo napr. zavedenie symboliky pre jednotlivé druhy súdov, **a, e, i, o,** bola však v podstate podceňovaná a vznikla vážna snaha nahradiť ju indukciou v „Novom organone“ Francisa Baccona, čo sme už spomenuli.

Vtedy však vstúpil na scénu Descartes. Nevedno, či poznal dôkladne filozofické spisy Aristotela, hlavne jeho „Organón“, ale jeho vystúpenie bolo mohutnou obhajobou deduktívnej metódy, jej oživením a rozšírením. Jeho „Pravidlá na vedenie rozumu“, hlavne pravidlo dva a tri aj s jeho vysvetleniami /*viď*/, sú jednoznačnou prípravou na jeho dielo „Rozprava o metóde“.

Spomenuté pravidlá nás dostatočne presvedčujú o tom, čomu dáva Descartes pri vytváraní svojej metódy prednosť, v čom spočívajú jeho východiská. Kým obsah prvého z uvádzaných pravidiel nás jednoznačne presviedča o dominantnom postavení dedukcie v jeho úvahách, citáty z druhého uvádzaného pravidla nám napovedajú mnoho o forme tvorenia takého pravidla od intuície cez proces dedukcie k požadovanému záveru. v jeho ponímaní. Formu

Aristotelovej logiky a ani jej obsah však neobohatil. Trochu sa zamyslíme nad pojmom „**intuície**“

Intuícia je vlastne priame prijímanie istej evidentnej pravdy, ktorej proces vzniku či pochopenia sa nepopisuje. Je to akýsi vnútorný akt rozumu, ktorý nemá priebeh a nie je ani závislý na chápaní iných právd. Stáva sa však východiskom pre overovanie či dokazovanie iných, menej evidentných a častejšie od danej intuície vzdialenejších právd. Do oblasti samozrejmosti a intuície zaradil Descartes aj vtedajšiu podobu aristotelovskej logiky. Tým sa stala Aristotelova logika bezprostrednou súčasťou jeho kalkulu, ako to bolo aj v prípade Euklidovej geometrie.

Tu vidíme vplyv Euklidovej metódy budovania geometrie, a jeho vytvorenie analytickej geometrie, teda Descartovho pochopenia axiomatickej výstavby vedy, keď poukázal na bezprostrednú väzbu medzi aritmetikou a geometriou a tým aj na možnosti existencie spoločných formálnych vlastností rôznych deduktívnych teórií. Zároveň je zrejmé jeho pochopenie nedostatočnosti vtedajšej podoby aristotelovskej logiky ako metódy pre formálnu výstavbu vedeckých systémov. Descartes ju neodmieta, nepovažuje ju však za dostatočne tvorivú, jej tvrdenia považuje za príliš samozrejmé a skôr historicky platné, ako umožňujúce tvorivú objaviteľskú vedeckú činnosť.

Descartove intuitívne pravdy figurujú v našej interpretácii ako prijatý a uznaný základ deduktívneho systému, teda axiómy a základné pravidlá pre dedukciu.

Descartes nenazýva svoje pravidlá kalkulom. Tento pojem, aj keď vtedy v histórii už známy, sa však podľa nášho názoru neviazal na filozofickú problematiku. Boli to jednoducho slovné návody na nejakú teoretickú činnosť, v jazykovej podobe. Takéto návody sa vyskytovali v rôznej podobe už v starom Egypte, v Mezopotámii, najmä však v starom Ríme, kde postupy pri operáciách s číslami, najmä vzhľadom na rímsku sústavu čísel, boli pomerne komplikované a v podstate na každú operáciu bolo potrebné používať nejaký návod, často s použitím počítadiel, abakusov. V latinčine znamená slovo „**kalkulus**“ hladký kamienok, ale aj kamienok na počítadle, tiež súčet, výpočet. Tento pojem v nezmenenej podobe ho prebrali napr. Angličania s významom kamienok, ale aj výpočet. V ruštine nachádzame pojem „**iščislenie**“, Poliaci maj pojem „**rachunek“**. V slovenčine sme nenašli vlastný názov a používame osvedčený názov „**kalkul“**.

V dejinách filozofie sa s abstraktným pojmom kalkul v dnešnom význame stretávame po prvýkrát u G. W. Leibniza. No už pravidlá R. Descarta, ktoré uvádza v „Rozprave o metóde“ , môžeme považovať za kalkul, aj keď sú pomenované iným spôsobom.

Pohľad na súčasné vymedzenia kalkulu sú uvádzané trojakým spôsobom a to podľa toho, v akom zmysle a v akom kontexte sa o kalkule hovorí:

a. Vymedzujú sa matematické kalkuly ale s tým, že kalkul logiky sa vníma ako prirodzená súčasť toho kalkulu ako sme to videli u Euklida, Descarta a ako to vníma aj Kurt Gödel vo všetkých statiach svojich „Filozofických esejí“, kde predikátová logika je ponímaná vždy ako súčasť príslušného kalkulu. Gödel dokonca uvažuje o vplyve rôznych logických kalkulov na príslušný matematický kalkul, hlavne klasického logického kalkulu, intuicionistického log. kalkulu, obmedzeného klasického kalkulu, v ktorom sa pri dokazovaní nesmie používať negácia všeobecného výroku a podobne.

b. Pojednáva sa o logickom kalkule, hlavne o výrokovom kalkule, predikátovom kalkule prvého rádu a podobne. S tým sa stretávame hlavne v rôznych encyklopediách logiky.
c. Snahy o definovanie, alebo iné vymedzenie pojmu kalkul hlavne vo filozofických slovníkoch, ale aj v niektorých učebniciach logiky. Sú to pokusy o popísanie tých vlastností kalkulov, ktoré sú všetkým kalkulom spoločné ide teda o najvšeobecnejšie vymedzenia pojmu kalkul.

Nemienime sa ďalej zaoberať historickým pojmom kalkul a jeho používaním vo filozofii a v metodológii. Chceme sa zamyslieť nad používaním tohto pojmu a jeho významom vo filozofii, metodológii a logike v súčasnosti. Pojem „kalkul", ako samostatný, nie je veľmi frekventovaný pojem, častejšie sa však používa v spojení s inými, hlavne logickými pojmami, ako sú napríklad „výrokový kalkul", „predikátový kalkul", „viachodnotový kalkul", „kalkul funkcií" a podobne. Slovo kalkul však vôbec nie je v týchto spojeniach samoúčelné, zohráva v nich dôležitú funkciu, predovšetkým svojím obsahom. Definície kalkulu sa v odbornej literatúre nevyskytujú často.

V súčasnej dobe je slovo **kalkul** dosť jednoznačne spájané s logikou aj bez toho, aby sme uvádzali pojem logický kalkul. My sa však budeme vždy sa snažiť rozlišovať medzi používaním slov „kalkul" a „logický kalkul" a to nielen preto, že sa tieto pojmy rozlišujú aj v niektorých filozofických a logických slovníkoch, ale hlavne na dôležitosť ozrejmenia si obsahu tohto pojmu. Je zaujímavé, že pojem kalkul ani pojem „rachunek" nie je uvedený ako heslo v „Malej encyklopedii logiki" (Warszawa, 1970). V „Logickom slovníku" (Moskva, 1975) pod heslom „isčislenie" je text pre toto heslo skôr charakteristikou logického kalkulu.

Uvedieme niekoľko definícií pojmu kalkul, ktoré sa od seba síce líšia, ale hovoria o tom istom predmete z rôzneho pohľadu.

Podľa P. Lorentzena; "kalkul je operačná schéma konštrukcie obrazcov z daných obrazcov. Kalkul predstavuje množinu pravidiel pre schematické operácie. Do kalkulu patrí konečný počet atomárnych obrazcov (elementárnych objektov), z ktorých môžeme zostaviť nové obrazce. Do kalkulu patrí konečný počet pravidiel, podľa ktorých môžeme vykonávať operácie s obrazcami. Zostavenie obrazcov podľa týchto pravidiel nazývame odvodenie."

Slovník, „Filozofia a prírodné vedy". Pravda. Bratislava 1987, str.307.

Lorentzenovu charakteristiku pojmu kalkul uvádza H. B. Curry vo svojej práci „Foundations of Mathematical logic" (ruský preklad „Osnovania matematičeskoj logiki") takto: "Lorentzen vychádza z pojmu kalkul, ktorý je v skutočnosti syntaktickým systémom s elementárnymi pravidlami". (Izdatelstvo MIR, Moskva 1969, strana 353).

H. B. Curry však uvádza v tej istej publikácii aj inú definíciu kalkulu: (s. 90): "Veľmi rôznorodo je chápaný pojem syntaktického systému známy pod názvom kalkul, ktorý má nasledujúce charakteristické vlastnosti. Formálne objekty sa chápu v zmysle operácie zreťazenia, (spojovania (sočlenenija)). Deduktívna teória, budovaná v tomto systéme, obsahuje dva druhy pravidiel, prvé nazývame formačnými, druhé transformačnými.

Formačné pravidlá určujú, čo považujeme za vetu v O-jazyku (objektovom jazyku), teda formačné pravidlá zahrňujú v sebe predikát „byť O-vetou" ako základný predikát. Transformačné pravidlá určujú vzťah odvodzovania medzi O-vetami analogicky k tomu, ako to bolo napísané pre elementárne výroky (alebo U-predpokladov) skôr. Ako sme už uviedli, je to ekvivalentné vymedzeniu príbuznosti systémov, ktoré sú závislé na počiatočných predpokladoch - axiomatických - predpokladoch ako na parametroch, pričom v každom z týchto systémov je hlavným, základným predikátom predikát „byť O-teorémou“. Niektorí autori nevyžadujú rozlíšenie, na ktorom my tu trváme, preto ich systémy sú len polodeduktívne ".

Táto definícia pojmu kalkul je veľmi všeobecná, neodvoláva sa na logiku a myslím si, že z uvedených definícií najlepšie vystihuje pojem kalkulu v jeho najvšeobecnejšej podobe a obsahu.

Nie je však celkom úplná, lebo Curry v nej používa predtým definované pojmy v uvedenej publikácii. Svojím obsahom je ale dostatočne presná.

Ako symbol odvoditeľnosti sa veľmi často zavádza symbol „⊨**“,** ktorý budeme používať aj v tejto práci. .

Výraz **„ ⊨A**“ čítame; **A je odvoditeľné v kalkule...**

Ďalšia definícia kalkulu je z učebnice V. Janáka „**Úvod do formální logiky**“.

„Kalkul je svojou povahou umele konštruovaný formálny (t.j. významovo, obsahovo neurčený) jazyk. Presnejšie môžeme povedať, že je to systém zavedený dvoma druhmi dohôd. Po prvé ide o dohody, ktoré definujú symbolické prostriedky systému, stanovujúce, ktoré znaky písma sa majú pokladať za primitívne (t.j. ďalej nerozložiteľné) a v neobmedzenom počte produkovateľné symboly formálneho jazyka a ktoré ich kombinácie majú status gramaticky správnych výrazov toho jazyka. Druhá skupina dohôd, tzv. teoretické dohody (tiež postuláty kalkulu), špecifikujú dve veci: jednak to, ktoré z gramaticky správnych výrazov budú uznané za pravdivé bez dôkazu, (Poznámka V.J. *slovo "pravdivý" musíme chápať nie v obvyklom, ale formálnom zmysle), čiže ktoré budú axiómami systému, jednak potom to, aký tvar budú mať pravidlá umožňujúce dospieť od výrazov, ktorých pravdivosť už bola dokázaná, k výrazom zase pravdivým; tieto pravidlá nazýva logika pravidlá odvodzovania (dedukcie, transformácie). Do rámca syntaktického systému patrí aj definícia dôkazu v systéme. Dokázané výrazy sa nazývajú (formálne) teorémy* (**Poznámka V. J. Teoréma znamená poučka*) kalkulu; trieda všetkých teorém je tzv. (formálna) teória v rámci daného systému... odvodzovanie chápeme ako proces používania transformačných pravidiel kalkulu na vytváranie nových formúl kalkulu."

Vladimír Janák: Základy formální logiky, SPN Praha 1976, str.8.

Táto definícia je podrobnejšia ako predchádzajúca a je nám bližšia vzhľadom na zvyčajné používanie pojmu kalkul v logickej praxi. Myslíme si však, že by sa jej platnosť stala všeobecnejšou a adekvátnejšou, ak by sa miesto pojmu „**pravdivosti**“ použil pojem „**platnosti**“ výrazov. Okrem toho je priamo „šitá“ aj pojmovo na logiku, čo autor sám zdôrazňuje.

Systémy logiky môžeme teda nazývať kalkulmi, ale spôsob, akým sme kalkul doposiaľ definovali, nie je ešte presná podoba kalkulu, ako ho vytvárame v logike.

My si zavedieme inú definíciu kalkulu, ktorá bude najviac vyhovovať našim potrebám, teda takú, o ktorej predpokladáme, že nám bude optimálne vyhovovať pri budovaní kalkulov logiky. Táto definícia je dosť podstatne ovplyvnená našou výskumnou činnosťou v oblasti výskumu vlastností a aplikácií extenzionálnych viachodnotových logík, hlavne však v oblasti trojhodnotovej extenzionálnej logiky. Podľa nás toto vymedzenie najprimeranejšie vystihuje všeobecné vlastnosti pojmu kalkul, vlastnosti, ktoré musia byť priradené všetkým kalkulom. Z toho čo je v doterajšej nám známej literatúre, v ktorej je zmienka o kalkuloch môžeme rozlíšiť tri druhy kalkulov:

a. **kalkuly** - predstavujú definíciu, alebo popis všeobecných vlastností ľubovolného kalkulu, definuje sa dedičná vlastnosť všeobecne. To zodpovedá Hilbertovmu programu „formalizácie jazyka“, ktoré však

   K. Gödel označil za filozoficky málo zaujímavé. („Filozofické eseje“;)

b. **logické kalkuly** – definuje sa dedičná vlastnosť ako jedna z používaných pravdivostných hodnôt výroku, potom však pri dokazovaní v takom kalkule ide už o logické **vyplývanie**

c. **špeciálne kalkuly** – hlavne v oblasti matematiky, ktoré automaticky predpokladajú použitie logického kalkulu, ako prostriedku odvodzovania. V takto postavenom kalkule však ide pri dokazovaní tiež o vyplývanie, lebo sa predpokladajú pravdivostné hodnoty výrokov, ako to ukážeme v druhej kapitole tejto práce, kde budeme hovoriť o logických kalkuloch. Nemá totiž zmysel hovoriť o logike bez pravdivostnej hodnoty výpovedí.

Preto pri dokazovaní v kalkule budeme hovoriť o odvodzovaní a platnej formule, ale všade, kde sa používa logický kalkul budeme hovoriť o vyplývaní a formule s dedičnou pravdivostnou hodnotou. Kým pre **odvodenie** sme zaviedli symbol „⊨“, pre **vyplývanie**, teda v kalkuloch, kde sa používa logika, zavedieme symbol „⊢“.

<u>**Kalkul**</u> **je abstraktný neinterpretovaný systém nejakého jazyka, tvorený množinou premenných $X = \{x_1, x_2, \ldots x_n \in X\}$** (kde premenné x_1, $x_{2.}$ ... $x_{n,}$ predstavujú atomárne observačné vety nejakého jazyka, to značí, že sa v týchto formulách nevyskytuje žiaden operátor kalkulu) **a každá takto použitá premenná má presne jednu z možných vlastností atomárnych viet, kde počet možných vlastností atomárnych viet (V) je aspoň (V ≥ 2) a množinou operátorov $O = \{o_1, o_2, \ldots o_n \in O\}$. Operátory majú jedno, dve alebo viac prázdnych miest, na ktoré dosadzujeme jednotlivé premenné, preto ich rozdelíme na operátory jednomiestne, dvojmiestne a viacmiestne. Dosadením jednotlivých premenných na voľné miesta operátorov vytvárame nové jazykové štruktúry podľa štyroch druhov kalkulových pravidiel R_1, R_2, R_3, R_4.**

R_1 - operácie podľa <u>formačných pravidiel</u>.

Formačné pravidlá určujú, ako môžeme z premenných $\{x_1, x_2, \ldots x_n \in X\}$ a operátorov $\{o_1, o_2 \ldots o_n \in O\}$ vytvárať nové zmysluplné výrazy kalkulu, ktoré budeme nazývať formuly kalkulu. Každá formula ma nejakú práve jednu z možných vlastností formúl kalkulu.

R_2 - operácie podľa <u>definičných pravidiel</u>.

Definičné pravidlá predpokladajú určenie základných termínov kalkulu z množiny operátorov $\{o_1, o_2, \ldots o_n, \in O\}$

s použitím (pomocou) premenných $\{x_1, x_2, \dots xn \in X\}$, vymedzenie spôsobu definovania v kalkule a určenie definičnej (funkčnej) úplnosti kalkulu vzhľadom na základné termíny kalkulu. Každú definíciu považujeme zároveň za platnú formulu kalkulu. Definované termíny neprinášajú nové možné vlastnosti, sú len zjednodušením za formuly vytvorené len pomocou základných termínov. Vytvárame pomocou nich nové operátory. Sústavu všetkých vytvorených, ale aj možných, ešte nevytvorených definícií kalkulu budeme nazývať <u>definičný kalkul</u>.

R_3 - operácie podľa <u>rozhodovacích pravidiel</u>.

Pomocou rozhodovacích pravidiel zistíme, koľko rôznych vlastností môžu nadobúdať observačné formuly kalkulu a akým spôsobom určujeme tieto vlastnosti v priebehu štrukturálnych zmien pomocou operátorov.

Ak by mali všetky formuly len jednu vlastnosť, potom bude každá formula by bola zároveň teorémou kalkulu a v kalkule by boli formačné pravidlá zároveň transformačnými pravidlami. Nemohli by sme vytvárať postupnosť formúl ,ktorú budeme nazývať dôkaz na základe odvodenia v kalkule.

R_4 - operácie podľa <u>transformačných (inferenčných) pravidiel.</u>

Zo zistených vlastností formúl zvolíme jednu vlastnosť, ktorú nazveme dedičnou vlastnosťou a tým určíme aj spôsob vytvárania transformačných pravidiel kalkulu, čím vlastne definujeme v kalkule procedúru, ktorú nazveme <u>dôkaz</u> v danom kalkule. <u>V jednom kalkule môže byť vymedzená len jedna dedičná vlastnosť.</u>

Všetky možné vlastnosti formúl sa môžu stať postupne dedičnými, ale <u>s každou zmenou dedičnej vlastnosti vytvárame nové transformačné pravidlá a tým aj nový kalkul. Jeden kalkul môže mať len jednu dedičnú vlastnosť ale najmenej dve možné vlastnosti.</u>

Pravidlá R_1, R_2, R_3 a R_4 sú vzhľadom na množinu formúl kalkulu <u>uzavreté</u>.

<u>Dôkaz v danom kalkule</u> je teda postupnosť operácií podľa pravidiel R_4 na formulách skúmaného kalkulu, pomocou ktorej dospejeme k požadovanej formule s danou dedičnou vlastnosťou na základe transformačných pravidiel kalkulu (R_4), ktoré však musia zachovávať dedičnú vlastnosť u nových formúl, ktoré sú ich dôsledkami.

<u>Dôkaz je platný</u>, ak ho môžeme previesť na základe základných odvodzovacích pravidiel kalkulu **R_4,** a vždy ak majú dedičnú vlastnosť všetky predpoklady dôkazu, tak ju vtedy má aj odvodená formula. Ak niektorý predpoklad má inú zo zvolených vlastností ako dedičnú vlastnosť, dôkaz môže byť korektný ak dokazovaná formula bude mať dedičnú vlastnosť, ale predpoklad, ktorý má inú ako dedičnú vlastnosť nie je použitý pri odvodení záveru. V inom prípade je dôkaz nekorektný, lebo využíva pri dokazovaní pravidla iného kalkulu ako je ten, v ktorom prevádzame dôkaz. Pravidlá rôznych kalkulov sa nemôžu používať v žiadnom dôkaze jedného kalkulu.

Ak niektorú formulu **uznáme za platnú**, potom je platná aj bez predpokladov. Také formuly nazveme **axiómy kalkulu** a vždy musia mať dedičnú vlastnosť. Ak by ju nemali, potom dôkaz môže viesť k formulám s rôznymi dedičnými vlastnosťami .a je zrejme nekorektný.

Formula, pre ktorú jestvuje v kalkule dôkaz, je **<u>teorémou kalkulu</u>**.

Vzhľadom na možnosti voľby formačných pravidiel sa ktorákoľvek vlastnosť formúl kalkulu môže stáť postupne dedičnou vlastnosťou kalkulu. Základné vlastnosti takto vytváraných sa však môžu v prípadoch zmeny dedičnej vlastnosti meniť.

Tu sa musíme zmieniť o významnej vlastnosti **definičného kalkulu**. Definičný kalkul je pojmovou bázou, ktorá obsahuje všetky operátory jazyka, základné aj definované a tým umožňuje vytvárať formuly so všetkými vlastnosťami, ktoré formuly môžu mať. Každá vlastnosť sa ale môže stáť dedičnou vlastnosťou a pre každú dedičnú vlastnosť vytvárame sústavu transformačných pravidiel, ktoré danú dedičnú vlastnosť zachovávajú a nemôžu ani umožniť odvodiť formulu s inou ako dedičnou vlastnosťou. Ak zmeníme dedičnú vlastnosť, potom musíme meniť celú sústavu transformačných pravidiel a vytvárame nový kalkul. Tento kalkul bude mať s predchádzajúcim kalkulom spoločné formačné pravidlá, spoločné definičné pravidlá a aj rozhodovacie pravidlá. Takéto kalkuly budú tvoriť skupinu pravidiel, ktoré budem nazývať **príbuzenstvo kalkulov**. Majú totiž niečo spoločné, ale podstatne sa budú líšiť v transformačných pravidlách a to natoľko, že je neprípustné, aby sa transformačné pravidlá jedného kalkulu používali v inom kalkule zo skupiny príbuzných kalkulov. Také použitie totiž vedie k vzniku paradoxov, teda formúl, ktoré majú viac ako jednu dedičnú vlastnosť súčasne. Vznik takej formuly v dôkaze musí tento dôkaz ukončiť, lebo každé pokračovanie v ňom by bolo nekorektné.

Pomocou jedného jazyka teda môžeme vytvárať aj viac kalkulov, v ktorých sa budú postupne meniť dedičné vlastnosti. V podstate musíme pripustiť, že každá z možných vlastností sa primeraným výberom a konštrukciou transformačných pravidiel môže stať dedičnou vlastnosťou. **Dedičná vlastnosť je vždy obsiahnutá**

medzi vlastnosťami formúl a nemôže byť vnesená do kalkulu zvonku, získavajú ich formuly z vlastností základných termínov, pravidiel definovania formuly a pravidiel vytvárania definície.

Spôsob dokazovania v kalkule je **bezosporný**, ak sa v ňom nikdy nedokáže nejaká formula s dedičnou a zároveň s nejakou inou z možných vlastností kalkulu.

Systém šestice <**X, O, R1, R2, R3**, $\mathbf{R_4}$>, ktorý nevedie v každom svojom dôsledku a dôkaze k formule s jedinou, tou istou dedičnou vlastnosťou, **nie je kalkulom.**

Ak niektorý výraz kalkulu má zároveň viac ako jednu z možných vlastností, potom nie je formulou.

V kalkule sa však musí vypovedať aspoň o dvoch možných vlastnostiach, aby bolo možné rozhodovanie a výber vlastnosti a preto každá z formúl, ktoré pomocou kalkulu vytvárame, a ktoré sú v kalkule dajú vytvoriť, musí mať jednu z aspoň dvoch možných vlastnosti.

Počet možných vlastností jazykových štruktúr kalkulu môže byť vysoký, preto ho môžeme znižovať najmenej na hodnotu „2“ a takto znížený počet vlastností budeme nazývať **zvolené vlastnosti** kalkulových štruktúr, lebo ich sami zvolíme a tým obmedzíme ich počet.

Z povedaného je zrejmé, že prirodzený jazyk výberom svojich pojmov a vlastností, o ktorých môže hovoriť pomocou svojich formačných pravidiel, pripúšťa vytváranie nesmierneho počtu rôznych kalkulov, z ktorých len niektoré poznáme. V histórii vedy ľudia najviac času venovali kalkulom logiky, a preto ďalšie naše úvahy budeme venovať práve problematike logických kalkulov.

Bez vymedzenia aspoň jednej dedičnej vlastnosti z možných vlastností kalkulu, podobne ako vtedy, keď by formuly kalkulu mali len jedinú možnú vlastnosť, **transformačné pravidlá by stratili zmysel svojho používania**, lebo v prvom prípade by sme ich nemohli vytvoriť a druhý prípad sme už popísali.

Transformačné pravidlá kalkulu by bez zachovávania dedičnej vlastnosti stratili zmysel svojej aplikácie, lebo by sme nevedeli určiť, či je daná transformácia urobená správne. **Transformácia formuly mení tvar formuly, ale nemení jej dedičnú vlastnosť**.

Ak zameníme dedičnú vlastnosť za inú z možných vlastností formúl kalkulu, vznikne **nový kalkul** s novou dedičnou vlastnosťou, a tým aj s novými transformačnými pravidlami (**R_4**), ale s rovnakými pravidlami **R_1, R_2** a **R_3**. Počet nových možných dedičných vlastností zodpovedá počtu možných vlastností formúl v kalkule.

Kalkuly, ktoré majú rovnaké pravidlá **R_1, R_2 a R_3**, ale rôzne pravidlá skupiny **R_4,** budeme nazývať **<u>príbuzenstvo kalkulov</u>**. Rôzne kalkuly z množiny príbuzných kalkulov môžu mať rôzne základné vlastnosti.

Pravidlá **R_1, R_2 a R_3** vytvárajú systém jazykových štruktúr, ktorý nazveme **<u>definičný kalkul</u>.**

Príbuzenstvo kalkulov má spoločnú definičnú bázu (definičný kalkul), ale rôzne dedičné vlastnosti, ktorých vyjadrením sú rôzne transformačné pravidlá. Početnosť možných vytváraných kalkulov je totožná s počtom zvolených vlastností jazykových štruktúr (formúl).

<u>Kalkuly sú cudzie</u>, ak majú rôznu definičnú bázu.

Nie v každom kalkule sa musia vyskytovať všetky uvedené skupiny pravidiel, čo bude mať na vlastnosti takto vytvorených kalkulov veľký vplyv.

Množiny **X** $\{X = \{x_1, x_2 ... x_n \in X\}\}$ a **O** $\{O = \{o_1, o_2 ... o_n \in O\}$ spolu s pravidlami **R_1** vytvárajú v kalkule štruktúru, ktorú budeme nazývať **<u>gramatický kalkul</u>.** Vytváranie umelých jazykov teda môže prebiehať ako samostatná uvedomelá činnosť vytvárania jazykových kalkulov.

<u>Kalkul je lexikálny</u>, ak obsahuje množiny „**X**“ , „**O**“ a iba operácie $\mathbf{R_1}$ **a** $\mathbf{R_2}$.

Kalkul, ktorý obsahuje množiny **X** a **O** a k tomu pravidlá $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$, $\mathbf{R_3}$ budeme nazývať **<u>definičný kalkul</u>.** Ak sa v definičnom kalkule nevyskytujú všetky možné vlastnosti formúl kalkulu, potom ide o funkčne (definične) neúplný kalkul. V úplnom definičnom kalkule sa vyskytujú všetky možné vlastnosti kalkulu pre všetky dedičné vlastnosti.

Každý kalkul, ktorého formuly majú **len jednu vlastnosť**, bude mať iba pravidlá $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$, $\mathbf{R_3}$ preto také kalkuly budeme nazývať **<u>bazálne kalkuly</u>.** V bazálnom kalkule nemôžeme vytvárať pravidlá **R4**. **Bazálny kalkul je vždy rozhodnuteľný, lebo všetky jeho formuly sú zároveň teorémami.** (Vytvorenie formuly je zároveň dôkazom.)

Kalkul je **<u>nerozhodnuteľný</u>**, ak sa v ňom dajú vytvoriť len pravidlá $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$ **a** $\mathbf{R_4}$, **ale nie pravidlá** $\mathbf{R_3}$.

Nerozhodnuteľnosť kalkulu spôsobuje aspoň jedna základná konštanta kalkulu, ktorá môže vytvárať v danom kalkule **nerozhodnuteľné formuly**.

Formula je **<u>rozhodnuteľná</u>**, ak v kalkule jestvuje procedúra, ktorá konečným alebo spočítateľným počtom krokov o nej rozhodne, ktorú z možných vlastností formúl kalkulu má. V opačnom prípade je **nerozhodnuteľná**.

<u>Kalkul je nerozhodnuteľný</u>, ak sa v ňom vyskytuje aspoň jedna nerozhodnuteľná formula.

Túto definíciu považujeme za ekvivalentnú s predchádzajúcou, lebo ak je aspoň jedna formula kalkulu nerozhodnuteľná, potom je v ňom možné vytvoriť nekonečne mnoho nerozhodnuteľných formúl, ako to dokázal K. Gödel. Potom sa však pre túto skupinu nedajú definovať univerzálne pravidlá o rozhodnuteľnosti, a teda ak tam nejaké také pravidlá aj budú, môžu sa dotýkať len nejakej časti kalkulu, ale nie celého kalkulu. Preto to nebudú pravidlá pre daný kalkul, ale pre nejaký iný a v takom kalkule sa pravidlá $\mathbf{R_2}$ nebudú vyskytovať, alebo nebudú rozhodnuteľné všetky pravidlá tejto skupiny.

Ak **X** je množina premenných kalklulu, **O** je množina operátorov kalkulu a $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$, $\mathbf{R_3}$, $\mathbf{R_4}$, príslušné pravidlá kalkulu potom môžeme jednoducho zhrnúť:

Usporiadaná trojica **<X, O, R_1>** tvorí **jazykový kalkul**.

Usporiadaná štvorica <**X, O, R_1, R_2** > tvorí **lexikálny kalkul**

Usporiadaná pätica **<X, O, R_1, R_2, R_3>** tvorí **definičný kalkul**

Usporiadaná pätica **<X, O, R_1, R_2, R_4>** tvorí **nerozhodnuteľný kalkul**.

Usporiadaná šestica **<X, O, R_1, R_2, R_3, R_4>** tvorí **kalkul.**

Kalkul, v ktorom nie sú vytvorené pravidlá $\mathbf{R_4}$, nemôže vytvárať dôkaz. Väčšina kalkulov, ktoré sa vyskytujú vo vedeckej praxi patrí medzi nerozhodnuteľné kalkuly.

Jednotlivé vlastnosti kalkulov v praxi často nebudú na seba nadväzovať v takom poradí, v akom sme ich uvádzali pri definovaní vlastností kalkulov, ale aj v inom. Dôležité je, ktoré z uvedených vlastností budú mať konkrétne kalkuly.

Kalkul je tolerantný voči inému kalkulu, ak svojimi prostriedkami môže vyjadriť všetky pravidlá a zákony daného kalkulu.

Kalkuly takto obsiahnuté v iných kalkuloch budeme nazývať tolerancie nejakého kalkulu.

Jeden kalkul môže mať viac tolerancií.

Kalkuly, ktoré sa dajú vytvoriť na základe rovnakých základných termínov, ale s rôznymi dedičnými vlastnosťami, tvoria príbuzenstvo kalkulov, lebo majú totožné pravidlá R_1, R_2, R_3, ale rozdielne pravidlá R_4. (Toto je spresnenie predchádzajúceho zavedenia pojmu.)

Vzťah tolerantného kalkulu k svojim toleranciám nevytvára príbuzenstvo kalkulov.

Všetky ekvivalentné kalkuly sú navzájom vo vzťahu kvazitolerancie.

Všetky tolerancie sú vnorené vo svojich tolerantných kalkuloch.

Zvláštnym typom vnorenia sú tolerancie, ktoré majú zvolené vlastnosti ako tolerantný kalkul, ale nemajú ako zvolené všetky vlastnosti tolerantného kalkulu.

Z povedaného je zrejmé, že prirodzený jazyk výberom svojich pojmov a vlastností, o ktorých môže hovoriť pomocou svojich formačných pravidiel, pripúšťa vytváranie nesmierneho počtu rôznych kalkulov. Poznáme však len niektoré z nich. V histórii vedy sa ľudia najviac venovali kalkulom logiky, a preto ďalšie naše úvahy budeme venovať práve problematike logických kalkulov.

Ak má totiž mať akékoľvek odvodzovanie zmysel, musíme vedieť, čo a prečo odvodzujeme.

Naše ďalšie úvahy sa budú týkať istého špeciálneho druhu kalkulov, kalkulov, pomocou ktorých hovoríme o veľmi špecifickej problematike, o logickom myslení a usudzovaní a preto kalkuly, ktoré prispôsobíme tejto oblasti nášho skúmania, nazveme logické kalkuly, kalkuly vytvárané pre určitý konkrétny účel, pre vytváranie formálnych logických teórii.

Na túto činnosť si potrebujeme zaviesť ďalšie pojmy, ktoré už budú patriť priamo do oblasti logiky a pomocou nich potom budeme budovať logické kalkuly. Tieto kalkuly sa budú týkať hlavne problematiky výrokovej logiky.